

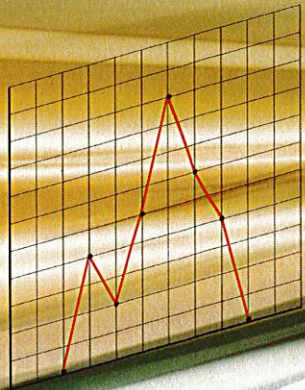


وزارة التربية

# الرياضيات

الصف التاسع - الجزء الأول

اسم + الع + ال + و



كتاب الطالب

المرحلة المتوسطة

٩

الطبعة الأولى



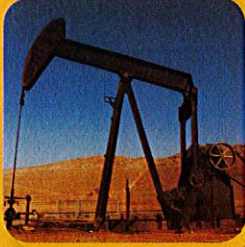
# الوحدة الأولى الأعداد الحقيقية والعمليات عليها Real Numbers & Operations on Real Numbers

العلوم في حياتنا  
Science in our lives

تهدم دولة الكويت بتطور العلوم والثقافة لزيادة الوعي لدى مواطنيها ، ومن مظاهر هذا الاهتمام إنشاء المراكز العلمية والثقافية ، ومنها مركز الشيخ عبدالله السالم الثقافي ، وهو أحد أكبر معالم التطور الثقافي من نوعه حول العالم والذي تم افتتاحه في مايو ٢٠١٧ م . يضم المركز عدة متاحف ومشآت ، منها : متحف التاريخ الطبيعي ومتحف العلوم والتكنولوجيا ومركز الفنون الجميلة ومتحف العلوم العربية الإسلامية ومتحف الفضاء ومسرح .



## مشروع الوحدة : ( الذهب الأسود )



مَنَّ اللهُ على دولة الكويت بنعم كثيرة ومنها نعمة النفط ( البترول ) والذي يُسمَّى بالذهب الأسود . تقول إحدى النظريات الخاصّة بأصل النفط إنّه قد تكوّن من النباتات الميتة ، ومن أجسام مخلوقات دقيقة لا حصر لها . وأنّ هذه البقايا ذات الأصل الحيواني أو النباتي قد ترسّبت في قيعان البحار القديمة ، وترسّبت فوقها المزيد من الصخور ، وبفعل الوزن تولّد الضغط والحرارة الهائلان ، فضلاً عن النشاط الإشعاعي والتمثيل الكيميائي والبكتيري ، فتحوّلت المادّة العضوية في النهاية إلى المادّة التي تُعرَف باسم النفط ، والتي تُستخدَم في إنتاج الطاقة ، وبلدنا الكويت من أغنى دول العالم بهذه الثروة ، فحمد الله على نعمه الكثيرة .

الترتيب	الدولة	كمية الإنتاج (برميل باليوم الواحد)	الصورة العلمية لكمية الإنتاج
١	المملكة العربية السعودية	١٠٢٥٠٠٠٠	
٢	روسيا	١٠٠٥٠٠٠٠	
٣	الولايات المتّحدة الأمريكية	٨٧٤٤٠٠٠	
٤	العراق	٤١٣٦٠٠٠	
٥	الصين	٣٦٣٨٠٠٠	
٦	الكويت	٣٢٢٠٠٠٠	
٧	كندا	٣١٩٣٠٠٠	
٨	إيران	٣١٨٨٠٠٠	
٩	الإمارات العربية المتّحدة	٣٨٢٠٠٠٠	
١٠	البرازيل	٢٤٢٤٠٠٠	

### خطة العمل :

- يبيّن الجدول التالي ترتيب أكبر الدول المنتجة للنفط في العام ٢٠١٦ م :

### خطوات تنفيذ المشروع :

- يُقسّم المعلّم المتعلّمين إلى مجموعات .
- تقوم كلّ مجموعة بالخطوات التالية :
  - تسجّل كلّ مجموعة كمّية الإنتاج في الجدول بالصورة العلمية .
  - إيجاد الفرق بين كمّية إنتاج النفط في اليوم الواحد لكلّ من المملكة العربية السعودية والإمارات العربية المتّحدة بالصورة العلمية.
  - إيجاد إجمالي كمّية إنتاج النفط في اليوم الواحد للدول العربية الموجودة في الجدول أعلاه بالصورة العلمية.
  - المقارنة بين إنتاج النفط في اليوم الواحد لدولتي الكويت والإمارات معاً وكمّية إنتاج النفط في اليوم الواحد للولايات المتّحدة الأمريكية .

### علاقات وتواصل :

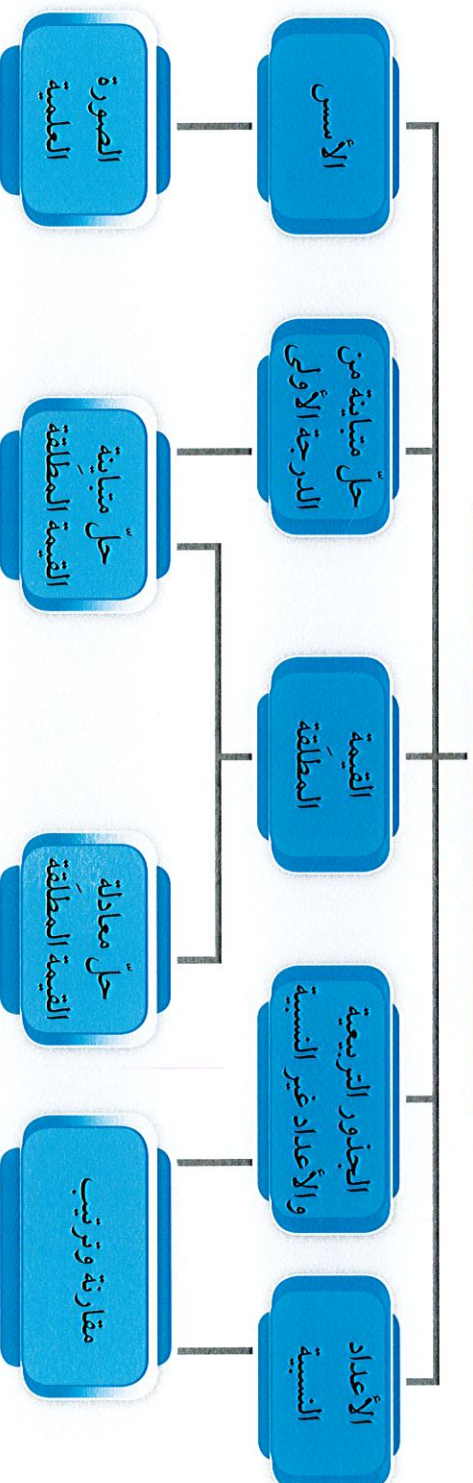
- تتبادل المجموعات الحلول وتتأكد من صحّة العمل .

### عرض العمل :

- تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

# مخطط تنظيمي للوحدة الأولاه

## الأعداد الحقيقية والعمليات عليها



## استعد للوحدة الأولى



١ أوجد ناتج ما يلي :

..... = $25\sqrt{\quad}$ - <b>ب</b>	..... = $4\sqrt{\quad}$ <b>أ</b>
..... = $64 - \sqrt{\quad}$ <b>د</b>	..... = $27\sqrt{\quad}$ <b>ج</b>
..... = $^2(5-)$ <b>و</b>	..... = $^26$ <b>هـ</b>
..... = $^25-$ <b>ح</b>	..... = $^32$ <b>ز</b>

٢ أكمل الجدول التالي :

.....	.....	.....	.....	الصورة العشرية
.....	.....	.....	.....	الصورة الكسرية

٣ ضع الرمز > أو < أو = فيما يلي لتحصل على عبارة صحيحة :

.....  $\left( \frac{3}{5} \right)$  .....  $0,6$  **ج** | .....  $0,7$  .....  $\left( \frac{2}{5} \right)$  **ب** | .....  $3,95$  .....  $3,9$  **أ**

٤ أوجد ناتج كل مما يلي :

..... = $15 + (18-)$ <b>ج</b>	..... = $(6-)+11$ <b>ب</b>	..... = $(4-)+(9-)$ <b>أ</b>
..... = $9 \div (36-)$ <b>و</b>	..... = $7 \times (8-)$ <b>هـ</b>	..... = $(5-)\times(6-)$ <b>د</b>

٥ أوجد ناتج ما يلي ثم ضعه في أبسط صورة :

..... $\frac{2}{5} - 7\frac{2}{3}$ <b>ب</b>	..... $3\frac{5}{6} + 5\frac{1}{4}$ <b>أ</b>
..... $\frac{3}{10} = 4\frac{7}{10} - 7\frac{1}{10}$	..... $8\frac{13}{12} = 3\frac{1}{12} + 5\frac{2}{12}$
..... $\frac{2}{3} \div 1\frac{5}{9}$ <b>د</b>	..... $9\frac{1}{12} =$
..... $\frac{3}{4} \times \frac{14}{9} = \frac{2}{3} \div 1\frac{5}{9}$	..... $2\frac{5}{6} \times \frac{4}{5}$ <b>ج</b>
..... $\frac{2}{3} \times \frac{14}{9} = \frac{2}{3} \div 1\frac{5}{9}$	..... $\frac{21}{8} \times \frac{4}{5}$
..... $\frac{2}{3} \times \frac{14}{9} = \frac{2}{3} \div 1\frac{5}{9}$	..... $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{2 \times 4}{4 \times 1}$



٦ أوجد ناتج ما يلي :

ب)  $(5 - 8) \div 15$

$0 = 3 \div 15 =$

أ)  $8 \times 3 + 9$

$33 = 24 + 9 =$

د)  $10 - \sqrt{49} \times 8$

$10 - 7 \times 8 =$   
 $46 = 10 - 56 =$

ج)  $(2 + 7) \div 26$

$4 = 9 \div 26 =$

٧ بسط كل من التعبيرات التالية :

أ)  $s^5 \times s^0$

$s^9 =$

ب)  $\frac{s^2}{s^3}$

$s^{-1} =$

د)  $(s^0)^7$

$s^0 =$

ج)  $s^{-4}$

$\frac{1}{s^4} =$

و)  $\left(\frac{s^2}{s^3}\right)^4$

$\frac{s^8}{s^{12}} =$

هـ)  $(s^2)^3$

$s^6 =$

٩ حلّ المعادلة التالية :

$7 = 1 + 2s$

$1 - 7 = 1 - 1 + 2s$

$\frac{7}{2} = \frac{2s}{2}$

$3.5 = s$

٨ أوجد قيمة :  $5 - s - 3$

إذا كانت  $s = 2$

$3 - 2 \times 5 =$

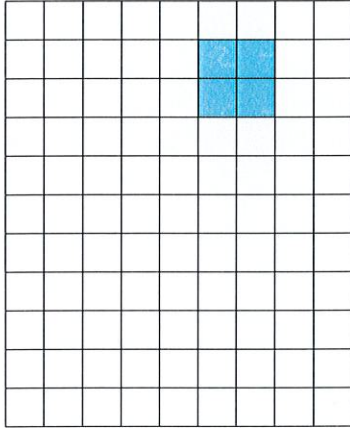
$7 = 3 - 10 =$

## الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية Square Roots and Irrational Numbers

١-١



سوف تتعلم: الأعداد غير النسبية .



نشاط :

أرادت شركة للإنشاءات اختيار قطعة أرض مربعة الشكل لإنشاء معمل للأبحاث العلمية ( مخطط قطعة الأرض موضحاً على الشبكة المقابلة ) ، فإذا كانت مساحة قطعة الأرض المتاحة ٤ كم<sup>٢</sup> .

فاحسب طول ضلعها ؟  $\sqrt{4} = 2$  كم

١ لنفرض أن مساحة قطعة الأرض ٩ كم<sup>٢</sup> .

فما طول ضلعها ؟  $\sqrt{9} = 3$  كم

( استعن بالشبكة المقابلة لرسم مخطط قطعة الأرض الجديدة )

٢ لنفرض أن مساحة قطعة الأرض ٥ كم<sup>٢</sup> .

فما طول ضلعها ؟  $\sqrt{5}$  كم

هل يمكنك تمثيل مخطط قطعة الأرض على الشبكة ؟

### الجذور التربيعية

تعلم أن  $9 = 3^2$  ،  $9 = (-3)^2$  ،

وأنه يوجد جذران تربيعيان للعدد ٩ هما :

$3 = \sqrt{9} +$  ( الجذر التربيعي الموجب ) ،

$-3 = \sqrt{9} -$  ( الجذر التربيعي السالب )

ويعرف الجذر التربيعي الموجب بالجذر التربيعي الأساسي .

### العبارات والمفردات :

جذر تربيعي

Square Roots

جذر تربيعي أساسي

Principal

Square Root

عدد غير نسبي

Irrational

Number

### تذكر أن :

الجذر التربيعي للعدد

النسبي الموجب س :

هو العدد الذي إذا

ضرب في نفسه كان

الناتج س .



### تذكّر أنّ:

الأعداد النسبية هي  
الأعداد التي يمكن  
كتابتها على صورة  $\frac{p}{b}$   
حيث  $p$ ،  $b$  عدنان  
صحيحان،  $b \neq 0$

### تذكّر أنّ:

$\frac{0}{9} = 0$ ،  $\frac{0}{9}$   
 $\frac{17}{99} = 0,17$

### من خواص الجذور التربيعية

إذا كان  $p$ ،  $b$  عددين نسبيين موجبين فإن:

$$\sqrt{p} \times \sqrt{b} = \sqrt{p \times b}$$

$$\frac{\sqrt{p}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{p}{b}}$$

$$p = \sqrt{p} \times \sqrt{p}$$

بالعودة إلى النشاط السابق:

$\sqrt{5}$  لا ينتمي إلى مجموعة الأعداد النسبية  $\mathbb{N}$  ولذلك فهو ينتمي إلى مجموعة أخرى جديدة تسمى مجموعة الأعداد غير النسبية  $\bar{\mathbb{N}}$ .

**الأعداد غير النسبية** هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على الصورة  $\frac{p}{b}$  حيث  $p$ ،  $b$  عدنان صحيحان،  $b \neq 0$

وفي ما يلي بعض الأمثلة لأعداد غير نسبية:

$$\sqrt{5}، \sqrt{2}، \frac{1}{\sqrt{7}}، \sqrt[3]{5}، \dots$$

• الأعداد العشرية التي أرقامها العشرية لا تنتهي ولا تتكرر مثل  $\pi = 3,14159\dots$

• كسور عشرية ذات نمط في كتابتها مثل  $0,02022022202222\dots$

### اللوازم:

آلة حاسبة

### تدرّب (١)

قُدّر  $\sqrt{14}$ :

نبحث عن عددين مربعين كاملين متتاليين يقع بينهما العدد ١٤ وهما ٩، ١٦.

$$16 > 14 > 9$$

$$\sqrt{16} > \sqrt{14} > \sqrt{9}$$

$$4 > \sqrt{14} > 3$$

بالتالي فإن  $\sqrt{14}$  يقع بين ٣، ٤

١٤ أقرب إلى العدد ١٦

$$\sqrt{14} \approx 4$$

(تحقق من إجابتك باستخدام الآلة الحاسبة)





### تدرّب (٢) :

أوجد ناتج كل مما يلي موظفاً خواص الجذور التربيعية :

أ  $5 = 5\sqrt{1} \times 5\sqrt{1}$

ب  $81 = 9 \times 9 = \sqrt{81} \times \sqrt{81} = \sqrt{81 \times 81}$

ج  $\frac{5}{8} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{25}{64}$

د  $4 = 16 = \sqrt{16} \times \sqrt{16} = 4\sqrt{1} \times 4\sqrt{1}$

هـ  $4 = 16 = \frac{64}{16} = \frac{24\sqrt{1}}{6\sqrt{1}}$

و  $0.9 = \frac{9}{10} = \frac{81\sqrt{1}}{100\sqrt{1}} = \frac{81}{100} = 0.81$

ز  $6 = 9 \times 4 = \sqrt{9} \times \sqrt{4} = 3\sqrt{1} \times 2\sqrt{1} = 36 = 6\sqrt{1} \times 6\sqrt{1}$

ح  $..... = ..... \times ..... = 3\sqrt{1} \times 3\sqrt{1} = 9$

### تدرّب (٣) :

ضع الأعداد التالية في مكانها المناسب في الجدول :

$\frac{7}{9}$  ،  $\pi$  ،  $\frac{1}{64\sqrt{1}}$  ،  $2\sqrt{1}$  ،  $15\sqrt{1}$

$0.353353335 \dots$  ،  $0.3$  ،  $0$  ،  $17-$

عدد غير نسبي	عدد نسبي
$15\sqrt{1}$	$\frac{1}{64\sqrt{1}}$
$2\sqrt{1}$	$\frac{7}{9}$
$\pi$	$0.17-$
$0.353353335 \dots$	$0.3$

### فكر وناقش

هل الجذر التربيعي للعدد ٢٠٠ يساوي ضعف الجذر التربيعي للعدد ١٠٠ ؟  
وضح إجابتك .



## تمرّن :

١ حدد ما إذا كان كل عدد مما يلي عددًا نسبيًا أم غير نسبي :

أ $25\sqrt{7}$	ب $20\sqrt{7}$	ج $1,2\bar{7}$	د $0,7\bar{7}$
نسبي	غير نسبي	نسبي	نسبي
هـ $\frac{8}{3}$	و $\sqrt{\frac{9}{16}}$	ز $\pi$	ح $0,131331333\dots$
نسبي	نسبي	غير نسبي	غير نسبي

٢ قُدِّر كلاً مما يلي ثم تحقق من صحة تقديرك باستخدام الآلة الحاسبة :

أ $35\sqrt{7}$	ب $68\sqrt{7}$
$36 > 35\sqrt{7} > 35$	$71 > 68\sqrt{7} > 64$
$36\sqrt{7} > 35\sqrt{7} > 35\sqrt{7}$	$81\sqrt{7} > 68\sqrt{7} > 64\sqrt{7}$
$7 > 35\sqrt{7} > 35$	$9 > 68\sqrt{7} > 8$
$36$ أقرب إلى $35$	$68$ أقرب إلى $64$
$7$ $\approx$ $35\sqrt{7}$	$8$ $\approx$ $68\sqrt{7}$

٣ أوجد ناتج كل مما يلي موظفًا خواص الجذور التربيعية :

أ $\frac{1}{9} = \frac{1\sqrt{9}}{1\sqrt{81}} = \frac{1}{9}$	ب $11 = 11\sqrt{1} \times 11\sqrt{1}$
ج $\sqrt{4} \times \sqrt{49} = 2 \times 7 = 14$	د $\sqrt{18} \times \sqrt{4} = 3\sqrt{2} \times 2 = 6\sqrt{2}$
هـ $3 = \frac{27\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{27}{3} = 9$	و $50 = 50 \times 1 = 50\sqrt{1} \times 1\sqrt{1} = 50 \times 1 = 50$
ز $\frac{1}{10} = \frac{64\sqrt{10}}{10\sqrt{10}} = \frac{64}{10} = 6,4$	ح $3 = 3 \times 1 = 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{3} = 25\sqrt{6}$

٤ قاعة عرض في أحد المعارض أرضيتها مربعة الشكل مقسمة إلى أربعة أجزاء متطابقة ،

وكانت مساحة الجزء الواحد  $400 \text{ م}^2$  . ما طول ضلع أرضية القاعة ؟

مساحة قطعة الأرض =  $4 \times 4 = 16 \text{ م}^2$

طول ضلع أرضية القاعة =  $16\sqrt{10} = 16\sqrt{10}$

$360 = 4 \times 10 =$



## الأعداد الحقيقية ( مقارنة – ترتيب ) Real Numbers ( Comparing – Ordering )

٢-١



سوف تتعلم : الأعداد الحقيقية ومقارنتها وترتيبها وتمثيلها .

نشاط :

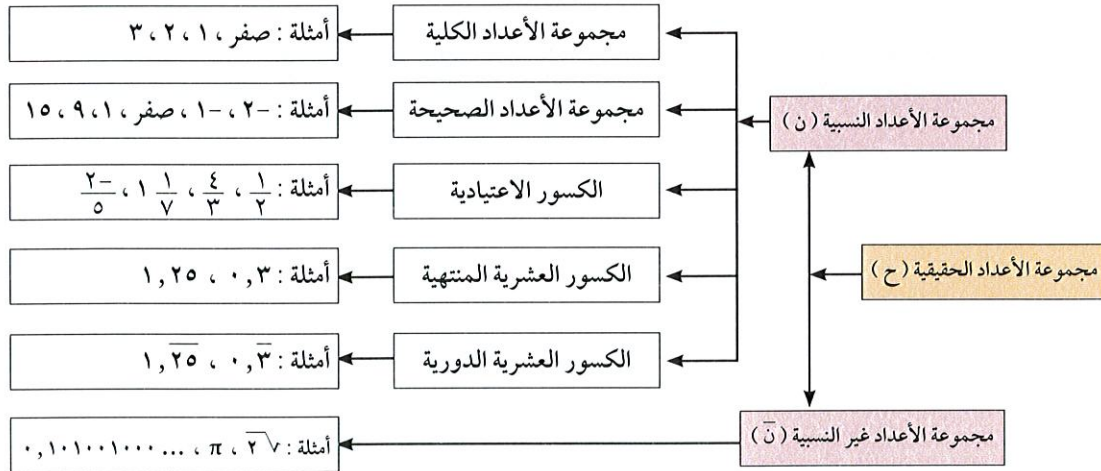
أكمل الجدول التالي :

طول الضلع يمثل		طول الضلع المجهول	المثلث القائم
عدد غير نسبي	عدد نسبي		
	✓	$c = \sqrt{9 + 16} = 5$	
✓		$c = \sqrt{4 + 9} = 5$	

اتحاد مجموعة الأعداد النسبية ( ن ) ومجموعة الأعداد غير النسبية ( ن ) يشكل مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية ( ح ) .

أي أن :  $ن \cup ن = ح$

يوضح المخطط التالي العلاقات بين مجموعات الأعداد :



العبارات والمفردات :  
الأعداد الحقيقية  
Real Numbers  
الفترات  
Intervals  
فترات محدودة  
Bounded  
Intervals  
فترات غير محدودة  
Unbounded  
Intervals  
فترة مغلقة  
Closed Interval  
فترة مفتوحة  
Open Interval  
فترة نصف مغلقة  
Half-Closed  
Interval  
فترة نصف مفتوحة  
Half-Open  
Interval



### مثال :

قارن بين العددين :  $\pi$  ،  $3, \overline{14}$

### الحل :

$$3, \overline{14141414} \dots = 3, \overline{14}$$

$$3, \overline{14109} \approx \pi$$

$$\pi > 3, \overline{14} \therefore$$

### تدرّب (١) :

قارن بين العددين :

ب)  $\frac{1}{2}$  ،  $0, \overline{4}$

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$0,5 > 0,4$$

$$\frac{1}{2} > 0, \overline{4}$$

أ)  $\frac{3}{5}$  ،  $0, \overline{6}$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{6 \times 3}{10 \times 3} = \frac{18}{30}$$

$$0, \overline{6} = 0,6$$

$$\frac{18}{30} < 0,6$$

$$\frac{3}{5} < 0, \overline{6}$$

### تدرّب (٢) :

رتب تصاعدياً الأعداد التالية :  $\pi$  ،  $\sqrt{17}$  ،  $3\frac{5}{8}$

$$3,1415 \approx \pi$$

$$4 \approx \sqrt{17}$$

$$3,625 = 3\frac{5}{8} \times \frac{100}{100}$$

∴ الترتيب التصاعدي :  $4$  ،  $3,625$  ،  $3,1415$

$$\sqrt{17} < 3\frac{5}{8} < \pi$$

### تدرّب (٣) :

أ) رتب تصاعدياً الأعداد التالية :

$$6,0$$
 ،  $\sqrt{27}$  ،  $\pi$  ،  $2$

$$6,0 < \pi < \sqrt{27}$$

$$0 < 2 < \sqrt{27}$$

الترتيب التصاعدي :  $0 < 2 < \pi < \sqrt{27}$

$$6,0 < \pi < \sqrt{27}$$

ب) رتب تنازلياً الأعداد التالية :

$$\sqrt{8}$$
 ،  $\pi - 1$  ،  $3$  ،  $13 - 3$  ،  $3\frac{1}{8}$

$$3,125 = 3\frac{1}{8}$$

$$3,14 = \pi$$

$$3 < \sqrt{8}$$

الترتيب التنازلي :  $3,125 > 3,14 > 3 > \sqrt{8}$

$$\pi - 1 < 3,13 < \sqrt{8} < 3\frac{1}{8}$$

## الفترات

**الفترة:** هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ويوجد نوعان من الفترات : فترات محدودة وفترات غير محدودة .

### أولاً : الفترات المحدودة

يوضح الجدول التالي أنواع الفترات المحدودة : ليكن  $a$  ،  $b$  عددين حقيقيين .

التعبير اللفظي	التمثيل البياني	رمز المتباينة	نوع الفترة	رمز الفترة
مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $a$ والأصغر من أو تساوي $b$		$a \leq x \leq b$	مغلقة	$[a, b]$
مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من $a$ والأصغر من $b$		$a < x < b$	مفتوحة	$(a, b)$
مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $a$ والأصغر من $b$		$a \leq x < b$	نصف مغلقة أو نصف مفتوحة	$(a, b]$
مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $a$ والأصغر من أو تساوي $b$		$a < x \leq b$	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	$[a, b)$



تدرّب (٤) :

أكمل الجدول التالي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
[٣، ١]	مغلقة	$٣ \geq س \geq ١$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ١ والأصغر من أو تساوي ٣
(٤، ١-)	مفتوحة	$٤ > س > ١-$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ١- والأصغر من ٤
	نصف مغلقة أو نصف مفتوحة	$٥ > س \geq ٤-$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ٤- والأصغر من ٥
	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	$٢- \geq س > ٥-$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ٥- والأصغر من أو تساوي ٢-

### فكر وناقش

هل كل مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية تمثل فترة؟



## ثانياً ، الفترات غير المحدودة

يوضح الجدول التالي أنواع الفترات غير المحدودة : ليكن  $p$  ،  $b$  عددين حقيقيين .

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
$(-\infty, p]$	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	$s \leq p$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي $p$
$(-\infty, p)$	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	$s < p$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من $p$
$[b, \infty)$	نصف مغلقة وغير محدودة من أسفل	$s \geq b$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي $b$
$(b, \infty)$	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	$s > b$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من $b$

ملاحظة :

الرمز  $\infty$  يقرأ ما لا نهاية .

تدرّب (٥) :

أكمل الجدول التالي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
$(-\infty, 4]$	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	$s \leq 4$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 4
$(-\infty, 0)$	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	$s < 0$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من صفر
$(c, \infty)$	نصف مغلقة وغير محدودة من أسفل	$s \geq c$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي $c$
$(c, \infty)$	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	$s > c$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من $c$



## تمرّن :

١ قارن بين العددين في كلِّ مما يلي :

ب  $٦,٢ - , \pi ٢ -$

$٦,٢٨ - \pi ٢ -$

$٦,٢٨ < ٦,٢ -$

$\pi ٢ - < ٦,٢ -$

أ  $\frac{1}{3}, ٠,٣$

$\frac{1}{3} = \frac{٢}{٦} = ٠,٣$

$\frac{1}{3} = ٠,٣, \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

د  $٥\sqrt{٢}, ١\frac{2}{5}$

$١,٤ = ١\frac{٤}{10}$

$٢ > ٥\sqrt{٢}$

$٢ > ١,٤$

$٥\sqrt{٢} > ١\frac{2}{5}$

ج  $\frac{1}{٤}, ٠,٢٥$

$٠,٢٥ = \frac{1}{٤}$

$٠,١٤٥ < ٠,١٥٥$

$\frac{1}{٤} < ٠,١٥٥$

٢ ا رتب تصاعدياً الأعداد التالية :

$\frac{1}{٢}, ٠,٦, \frac{٣}{5}$

$٠,٦ = \frac{٦}{10}$

$٠,٦ = \frac{٦}{10}$

الترتيب بتصاعدي

$٠,٦, ٠,٦, ٠,٦$

$٠,٦, \frac{٣}{5}, \frac{1}{2}$

ب رتب تنازلياً الأعداد التالية :

$١٥\sqrt{٢}, ٣,٣٧ - , ٣\frac{٣}{٨} \times ١٥٥$

$٣,٣٧٥ = ٣\frac{٣}{٨}$

$٤ > ١٥\sqrt{٢}$

الترتيب تنازلي

$٣,٣٧ - , ٣\frac{٣}{٨}, ١٥\sqrt{٢}$





ج) رتب تصاعدياً الأعداد التالية :

$$0, \frac{\pi}{4}, \frac{3}{7}$$

$$\frac{\pi}{4} \approx 0,785 \quad \frac{3}{7} \approx 0,428$$

الترتيب تصاعدياً :  $0, \frac{\pi}{4}, \frac{3}{7}$

د) رتب تنازلياً الأعداد التالية :

$$\pi 2, \sqrt{48}, \sqrt{20}, \sqrt{\frac{7}{20}}$$

$$\pi 2 \approx 6,28 \quad \sqrt{48} \approx 6,93$$

$$\sqrt{20} \approx 4,47 \quad \sqrt{\frac{7}{20}} \approx 0,59$$

الترتيب تنازلياً :  $\sqrt{48}, \pi 2, \sqrt{20}, \sqrt{\frac{7}{20}}$

٣

أ) اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ١ والأصغر من ٦

$$[1, 6)$$

ب) اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من ١ والأصغر من أو تساوي ٦

$$[1, 6]$$

ج) اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من -٤

$$(-4, \infty)$$

د) اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي -٤

$$(-\infty, -4]$$



٤ أكمل الجدول التالي :

التعبير اللفظي	التمثيل البياني	رمز المتباينة	نوع الفترة	رمز الفترة
مجموعة أعداد الحقيقية الأكبر من أو يساوي ٥ أو أصغر أو يساوي ٥		$5 \leq x \leq 5$	مغلقة	$[5, 5]$
مجموعة أعداد الحقيقية الأكبر من ٥- وأصغر من ١		$-1 < x < 5$	مفتوحة	$(-1, 5)$
مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ٤-		$x \leq 4$	نصف مغلقة وغير محددة من الأعلى	$[-4, \infty)$
مجموعة أعداد حقيقية الأصغر من ٥		$x > 5$	مفتوحة وغير محددة من الأسفل	$(5, \infty)$



## العمليات على الأعداد الحقيقية Operations on Real Numbers

٣-١

سوف تتعلم : إجراء عمليات على الأعداد الحقيقية .

### نشاط :

عدد التجارب خلال سنة	
العدد	اسم المختبر
١٢٩	التجارب
١٣٧	الأبحاث
١٣٧	الديناميكا الهوائية

يضم مركز الشيخ عبدالله السالم الثقافي ، عدة مختبرات منها :  
مختبر التجارب ، مختبر الأبحاث ومختبر الديناميكا  
الهوائية . لنفترض أن الجدول المقابل يوضح عدد  
التجارب خلال سنة ، احسب العدد الكلي للتجارب ؟  
لمعرفة العدد الكلي للتجارب عليك أن توجد ناتج :

$$2 \times 137 + 129$$

ادخل على الآلة الحاسبة كلاً مما يلي ثم اكتب الناتج :

$$= 2 \times 137 + 129 \quad \text{③} = 2 \times (137 + 129) \quad \text{②} = (2 \times 137) + 129 \quad \text{①}$$

• قارن النواتج .

• ما العملية التي ستبدأ بها الآلة الحاسبة في كل مرة ؟

### معلومات مفيدة :

مركز الشيخ عبدالله السالم الثقافي هو أكبر معالم التطور الثقافي من نوعه حول العالم . يضم المركز عدة متاحف ، منها : متحف التاريخ الطبيعي ومتحف العلوم والتكنولوجيا ، كذلك يضم عدة مختبرات مخصصة للتجارب العلمية وعلوم الفضاء



### اللوازم :

آلة حاسبة

## ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية

### تدرّب (١) :

حدّد الإجراء الذي يتم أولاً :

$$\text{ب) } 15 - (30 + 80)$$

القص

$$\text{أ) } 8 \times 2 - 25 \sqrt{}$$

الجذر من اليمين

$$\text{د) } \frac{(4 + 24)}{4}$$

القص

$$\text{ج) } 2 \times 3^2 \div 48$$

القس

### تذكّر أنّ :

أولويات ترتيب العمليات :  
(١) ما داخل الأقواس  
(٢) الأسس والجذور  
(٣) الضرب والقسمة  
من اليمين  
(٤) الجمع والطرح من اليمين



### فكر وناقش

بأي العمليات نبدأ :  $\frac{9+3}{4} - 5$  .

### خواص العمليات على الأعداد الحقيقية

إذا كانت  $a, b, c$  أعدادًا حقيقية فإن :

خاصية الإبدال لعملية الجمع	$a + b = b + a$
خاصية الإبدال لعملية الضرب	$a \times b = b \times a$
خاصية التجميع لعملية الجمع	$a + (b + c) = (a + b) + c$
خاصية التجميع لعملية الضرب	$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
خاصية توزيع الضرب على الجمع	$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
خاصية توزيع الضرب على الطرح	$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$

### تدرّب (٢) :

اذكر الخاصية المستخدمة .

أ  $\pi + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \pi$

ب  $\sqrt{4} \times (\sqrt{5} \times \sqrt{2}) = \sqrt{4} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2}$

ج  $(\frac{7}{4} \times \frac{4}{3}) + (\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}) = (\frac{7}{4} + \frac{3}{4}) \times \frac{4}{3}$

### مثال :

أوجد الناتج في أبسط صورة :  $\sqrt{27} \times \sqrt{3} - 9 \div 3$

### الحل :

$$\sqrt{27} \times \sqrt{3} - 9 \div 3$$

$$= \sqrt{81} - \frac{9}{3}$$

$$= 9 - \frac{9}{3}$$

$$= 9 - 3$$

$$= 6$$



تدرّب (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

ب)  $25 - 8 \times \frac{100}{16}$   
 $25 - 8 \times \frac{25}{4}$   
 $25 - 8 \times \frac{25}{4} =$   
 $0 = 25 - 50 =$

أ)  $2 \times 7 - 0,3 \div 16 \sqrt{5} \times 5$   
 $14 - \frac{1}{3} \div 4 \times 5$   
 $14 - \frac{1}{3} \div 20 =$   
 $47 = 14 - 6 = 14 - 2 \times 3 =$

فكر وناقش

ضع أقواساً لتصبح العبارة صحيحة :  $31 = 1 + 3 \div 24 + 100$

تمرّن :

١ أوجد قيمة كل مما يلي بطريقتين مختلفتين :

أ)  $(10 + 8) \times 5$  طريقة ١  
 $90 = 18 \times 5$   
 طريقة ٢  
 $(10 \times 5) + (8 \times 5)$   
 $90 = 50 + 40 =$

ب)  $8 \times (2 - 11)$  طريقة ١  
 $76 = 8 \times 9$   
 طريقة ٢  
 $(8 \times 2) - (8 \times 11)$   
 $76 = 16 - 88 =$

٢ أوجد قيمة كل مما يلي :

ب)  $(3 -) \div 6 + (8 -) - 14$   
 $8 - 8 + 14 =$   
 $8 = 8 - 8 =$

أ)  $6 + (2 -) \times 4 \div 16$   
 $6 + 8 - 4 =$   
 $8 = 6 + 2 =$

د)  $(2 -) + \frac{(2+9)3-}{11-}$   
 $8 - + \frac{11 \times 3 -}{11-}$   
 $1 = 8 - 3 =$

ج)  $(3 -) + \frac{9-18}{9}$   
 $3 - \frac{9}{9} =$   
 $8 = 3 - 1 =$



٣ أوجد الناتج في أبسط صورة :

ب)  $\frac{3}{5} \times 0,5 + \sqrt{7} \times \sqrt{27}$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{10} + \sqrt{7} \times \sqrt{9 \times 3}$$

$$\frac{3}{10} + \sqrt{7} \times 3\sqrt{3}$$

$$\frac{3}{10} + 3\sqrt{21}$$

أ)  $\frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{3}{4} \times 2$

$$\frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{7} - 3}{2}$$

$$c - \frac{2}{4} = \frac{4\sqrt{7} - 2}{4} = 1\frac{1}{2}$$

د)  $6 \times 9 - 0,7 \div \sqrt{49} \sqrt{6}$

$$54 - \frac{7}{9} \div 7 \times 6$$

$$54 - \frac{7}{9} \times \frac{6}{7} =$$

$$54 - 0,6 = 53,4$$

ج)  $9 \times 4 + 0,6 \div \sqrt{25} \sqrt{8} \times 1$

$$36 + \frac{6}{5} \div 5 \times 1$$

$$36 + \frac{6}{25} \times 1 =$$

$$36,24$$

أنواع التذاكر	زيارة المركز	زيارة قاعة الاستكشاف
عدد المتعلمين	٢٠	١٠

٤ نظمت إحدى المدارس رحلة للمركز العلمي وكانت أسعار التذاكر على الشكل التالي :

زيارة المركز ٣,٥ دينار ، زيارة قاعة الاستكشاف ٤,٥ دينار . احسب المبلغ

الإجمالي للرحلة مستعيناً بالجدول الموضح فيه عدد المتعلمين المشاركين ؟

$$4,5 \times 10 + 3,5 \times 20 = 110$$

$$110 = 45 + 65$$

٥ إذا أنتجت كلاً من الكويت والإمارات العربية المتحدة والصين نفس الكمية من النفط في أحد الأيام ولتكن ٣,٦ مليون برميل ، وأنتجت المملكة العربية السعودية في نفس اليوم ١٠ مليون برميل . احسب إجمالي إنتاج الدول الأربعة في هذا اليوم .

$$10 + 3,6 \times 3 = 10,8$$

$$10,8 + 1,8 = 12,6$$



## القيمة المطلقة Absolute Value

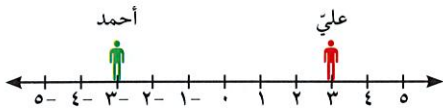
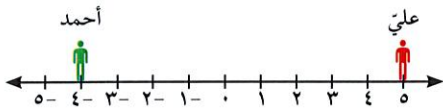
٤-١

سوف تتعلم: إيجاد القيمة المطلقة وحلّ معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

نشاط:



يقف كلٌّ من عليّ وأحمد على خطٍّ للأعداد كما هو موضَّح في الشكل أدناه:  
في كلتا الحالتين، أكتب أيّهما الأقرب إلى الصفر على خطِّ الأعداد.



الحالة الأولى:

الحالة الثانية:

### القيمة المطلقة

القيمة المطلقة لعدد حقيقي هي المسافة على خطِّ الأعداد بين هذا العدد والصفر.

تدرّب (١) :

أوجد كلاً ممّا يلي:

أ |  $|-6| = 6$     ب |  $|3, 0| = 3$     ج |  $|\frac{-4}{7}| = \frac{4}{7}$     د |  $|\sqrt{5}| = \sqrt{5}$

تذكّر أنّ:

$$|x| = |x|$$

لكل  $x \geq 0$ .

### من خواصّ القيمة المطلقة

$$(١) |ص| \times |س| = |ص \times س|$$

حيث  $ص \neq 0$  ،

$$(٢) \left| \frac{س}{ص} \right| = \frac{|س|}{|ص|}$$

$$(٣) |ص - س| = |س - ص|$$



تدرّب (٢) :

أوجد ناتج كلِّ ممّا يلي مستخدماً خواصّ القيمة المطلقة :

<p>أ   <math>4 \times 5</math>  </p> <p><math>4 \times 5 =</math></p> <p><math>20 =</math></p>	<p>ب   <math>\frac{5-}{7}</math>  </p> <p><math>\frac{5-}{7} =</math></p> <p><math>\frac{5}{7} =</math></p>	<p>ج   <math>23,5 - 0,5</math>  </p> <p><math>23,5 - 0,5 =</math></p> <p><math>23 =</math></p>
--	---	--

فكر وناقش

هل  $|3-| + |5| = |(3-)+5|$  ولماذا؟

إيجاد قيمة مقدار جبري

مثال (١) :

أوجد قيمة :  $|0,5-| + |4+|$  س إذا كانت  $6- =$  س

الحل :

بالتعويض عن قيمة س

$$|0,5-| + |4+|$$

$$|0,5-| + |4+6-| =$$

$$0,5 + |2-| =$$

$$0,5 + 2 =$$

$$2,5 =$$

تدرّب (٣) :

أوجد قيمة كلِّ ممّا يلي :

<p>أ   <math>3 + 5 \times 2</math>  </p> <p>إذا كانت س = 2</p> <p><math>3 + 5 \times 2 =</math></p> <p><math>13 = 3 + 10 =</math></p> <p><math>13 =</math></p>	<p>ب   <math>3,2-  +  5- </math>  </p> <p>إذا كانت س = 4</p> <p><math>3,2-  +  5-  =</math></p> <p><math>1,2-  +  1-  =</math></p> <p><math>1,2 + 1 = 2,2 =</math></p>
--	--



### حلّ معادلات تتضمن قيمة مطلقة

لكل عدد حقيقي  $s$  يكون:

$$\left. \begin{array}{l} s \\ 0 \\ -s \end{array} \right\} = |s|$$

إذا كان  $s < 0$   
إذا كان  $s = 0$   
إذا كان  $s > 0$

يمكن استخدام خطّ الأعداد لحلّ معادلات تتضمن قيمة مطلقة .

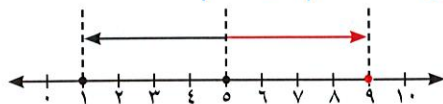
يوضّح التمثيل البياني المقابل على خطّ الأعداد حلّين للمعادلة  $3 = |s|$



ونعني بها أنّ المسافة بين  $s$  و الصفر تساوي 3 وحدات .

∴ للمعادلة  $|s| = 3$  حلان هما 3 ، -3

يوضّح التمثيل البياني المقابل على خطّ الأعداد حلّين للمعادلة  $4 = |s - 5|$



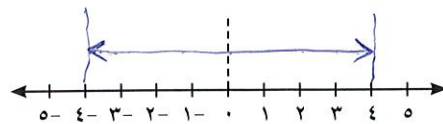
ونعني بها أنّ المسافة بين  $s$  والعدد 5 تساوي 4 وحدات .

∴ للمعادلة  $|s - 5| = 4$  حلان هما 9 ، 1

### تدرّب (4) :

أكمل لتوجد حلّ المعادلات التالية مستعيناً بالتمثيل الموضّح على خطّ الأعداد :

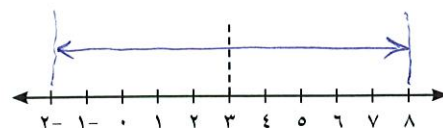
أ  $|s| = 4$



للمعادلة حلان هما :

$s = \dots$  أو  $s = \dots$

ب  $|s - 3| = 5$



للمعادلة حلان هما :

$s = \dots$  أو  $s = \dots$



## تذكّر أنّ :

- المجموعة الخالية  
نعبّر عنها :  
 $\{ \}$  أو  $\emptyset$
- النظير الجمعي للعدد  $p$   
هو  $(-p)$  بحيث :  
 $(-p) + p = 0$   
صفر
- النظير الضربي للعدد  $p$   
هو  $\frac{1}{p}$  بحيث :  
 $p \times \frac{1}{p} = 1$   
حيث  $p \neq 0$

(١) إذا كان  $p$  عددًا حقيقيًا موجبًا ، فإنّ المعادلة :

$$p = |s|$$

لها حلّان هما  $s = p$  أو  $s = -p$  ومجموعة الحلّ هي  $\{p, -p\}$ (٢) إذا كان  $p$  عددًا حقيقيًا سالبًا ، فإنّ المعادلة :

$$p = |s|$$

ومجموعة حلّها هي  $\emptyset$ (٣) إذا كان  $p = 0$  ، فإنّ المعادلة :

$$p = |s|$$

لها حلّ وحيد هو  $s = 0$  ومجموعة حلّها هي  $\{0\}$ 

## مثال (٢) :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة :  $3 = |1 + 2s|$  في ح .

## الحل :

$$\begin{aligned} 3 - &= 1 + 2s \\ 1 - 3 - &= 1 - 1 + 2s \\ 2s - &= 2 \\ 2s \times \frac{1}{2} - &= 2 \times \frac{1}{2} \\ s - &= 1 \end{aligned}$$

أو

$$\begin{aligned} 3 + &= 1 + 2s \\ 1 - 3 + &= 1 - 1 + 2s \\ 2s + &= 2 \\ 2s \times \frac{1}{2} + &= 2 \times \frac{1}{2} \\ s + &= 1 \end{aligned}$$

∴ مجموعة الحلّ =  $\{1, -1\}$ 

## تدرّب (٥) :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة :  $7 = |2 - 3s|$  في ح .

$$\begin{aligned} 7 - &= 2 - 3s \\ 9 - 7 - &= 9 - 2 + 3s \\ 3s - &= 2 \\ 3s \times \frac{1}{3} - &= 2 \times \frac{1}{3} \\ s - &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

أو

$$\begin{aligned} 7 + &= 2 - 3s \\ 9 + 7 = 9 + &= 9 - 2 + 3s \\ 3s + &= 4 \\ \frac{1}{3} \times 9 + &= 3s \times \frac{1}{3} \\ s + &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

∴ مجموعة الحلّ =  $\{\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\}$



تدرّب (٦) :

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية في ح :

أ  $9 = 9 + |2 - 5|$

$9 = 9 + |2 - 5|$

$0 = |2 - 5|$

$0 = 2 - 5$

$0 + 5 = 2 - 5 + 5$

$\frac{1}{5} \times 0 = \frac{1}{5} \times (2 - 5)$

$\frac{0}{5} = \frac{2 - 5}{5}$  مجموعة الحل =  $\left\{ \frac{0}{5} \right\}$

ب  $1 = 7 + |1 + 4s|$

$1 - 7 = 7 + |1 + 4s| - 7$

$-6 = |1 + 4s|$

مجموعة الحل  $\emptyset$

ج  $6 = |2 - 3s|$

$6 \times \frac{1}{2} = |2 - 3s| \times \frac{1}{2}$

$3 = |2 - 3s|$

$3 = 2 - 3s$  أو  $3 = 3 - 2s$

$3 - 2 = 2 - 3s - 2$  أو  $3 - 3 = 3 - 2s - 3$

$1 = -3s$  أو  $0 = 1 - 2s$

$s = 0$

$s = 0.5$

مجموعة الحل =  $\{0, 0.5\}$



## تمرّن :

١ أوجد قيمة كلٍّ ممّا يلي :

أ |  $3$  س  $6 -$  إذا كانت س =  $3$

$$6 - |3 \times 3| =$$

$$6 - 9 =$$

$$3 = 6 - 9 =$$

ب |  $2 +$  س  $6 +$  إذا كانت س =  $-2$

$$6 + |2 + (-2)| =$$

$$6 + |0| =$$

$$6 = 6 + 0 =$$

ج |  $6 - 7 \times$  س إذا كانت س =  $7$

$$6 - 7 \times 7 =$$

$$6 - 49 =$$

$$-43 =$$

$$-43 =$$

د |  $8 -$  س  $6, 4 -$  إذا كانت س =  $2$

$$8 - 2 + |6, 4 - 2| =$$

$$6 + |4, 2 -| =$$

$$6 + 2 =$$

$$8 = 6 + 2 =$$



٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية في ح :

١ | ٥ س - ٣ = ٨

$$\{ \frac{11}{5} \} = \text{ح. س}$$

ب | ٢ س = ٠

$$\{ 0 \} = \text{ح. س}$$

ج | ١ - ص = ٤

$$\{ 1 - 4 \} = \text{ح. ص}$$

$$\{ -3 \} = \text{ح. ص}$$

د | ٣ س + ٧ = ٠

$$\{ \frac{-7}{3} \} = \text{ح. س}$$



١ هـ  $3 - = | 4 - س |$

$\phi = 2.2$

٢ و  $10 = | 3 - س |$

$\{ 1, 7 \} = 2.3$

٣ ز  $3 = 1 - | س |$

$\{ 4, 2 \} = 2.3$

٤ ح  $0 = 9 - | 1 + س |$

$\{ 1, \frac{1}{2} \} = 2.3$

## حلّ متباينة من الدرجة الأولى في متغيّر واحد

### Solving First Degree Inequality in One Variable

٥-١



سوف تتعلّم : كيفية حلّ متباينة من الدرجة الأولى في متغيّر واحد .

العبارات والمفردات :

المتباينة

Inequality

نشاط :



يُعدّ مرض السكّري من المشاكل الصحيّة الشديدة الانتشار في عصرنا الحالي ، وطبقاً للإحصائيات الطبيّة العالمية ، فإنّه يوجد ما يُقدّر عددهم بـ ( ٣٥٠ ) مليون مريض بالسكّري حول العالم ، ولا تزال هذه الأعداد في تزايد مستمرّ على الرغم من التقدّم الطبيّ الهائل .  
يوضّح الجدول التالي نسبة السكّر الطبيعيّة في دم الإنسان بوحدة مجم / ديسيلتر مقارنة بالعمر :

العمر	نسبة السكّر في الدم		
	صائم	غير صائم	غير صائم
أصغر من ٥٠ سنة	أصغر من أو تساوي ١٠٠	أصغر من أو تساوي ١٤٠	أصغر من ١٦٠
أصغر من ٦٠ سنة	أصغر من أو تساوي ١١٠	أصغر من أو تساوي ١٥٠	أصغر من ١٦٠
أكبر من أو يساوي ٦٠ سنة	أصغر من أو تساوي ١١٠	أصغر من أو تساوي ١٦٠	أصغر من أو يساوي ١٦٠

معلومات مفيدة :

الأسباب المؤدّية إلى الإصابة بمرض السكّري :  
تنتج الإصابة بمرض السكّري عن عدم قدرة البنكرياس على إفراز الكميّة المناسبة من الأنسولين ما يؤدّي إلى عدم قدرة الجسم على التعامل مع الغذاء المهضوم ، وبالتالي يحدث اضطراب في عملية التمثيل الغذائي في الجسم مما ينتج عنه رفع نسبة السكّر في الدم .

التعبيرات ( أصغر من ) ، ( أصغر من أو تساوي ) ، ( أكبر من ) ، ( أكبر من أو تساوي )

يرمز لها بالعلاقات : ( > ) ، ( ≥ ) ، ( < ) ، ( ≤ )



• أعد كتابة الجدول مستخدمًا رموز العلاقات السابقة :

العمر	$> 50$ سنة	..... سنة 60	..... سنة 60
نسبة السكر صائم	$100 >$	$110 \geq$	$110 >$
في الدم غير صائم	$140 >$	$150 >$	$160 >$

\* في المعادلات نستخدم رمز علاقة المساواة (=) ، بينما في المتباينات نستخدم رموز العلاقات  $<$  ،  $>$  ،  $\leq$  ،  $\geq$  .

من خواص التباين :

لكل $a$ ، $b$ ، $c$ ، $a > b$ ، إذا كان $a > b$ فإن :
(1) $a + c > b + c$
(2) $a - c > b - c$
(3) $a \times c > b \times c$ ، حيث $c > 0$
(4) $a \times c < b \times c$ ، حيث $c < 0$

تدرّب (1) :

أوجد مجموعة حلّ المتباينة :  $2s + 3 \geq 7$  في  $H$  ، ومثلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

$$2s + 3 \geq 7$$

$$2s \geq 4$$

ضرب الطرفين في النظير الضربي للعدد 2

$$s \geq 2$$

$$s \geq 2$$

مجموعة الحلّ =  $(2, \infty)$







### تدرّب (٢) :

أوجد مجموعة حل :  $3 - 2 > 14 > 3$  في ح ، ومثلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

$$3 - 2 > 14 > 3$$

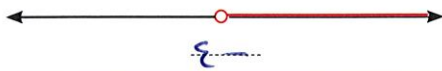
$$3 - 2 > 14 > 3$$

بضرب طرفي المتباينة في  $-\frac{1}{3}$  ،  
-  $\frac{1}{3} > 0$  (نعكس علاقة الترتيب)

$$3 - 2 > 14 > 3$$

$$3 - 2 > 14 > 3$$

مجموعة الحل =  $(-\infty, \dots, 3)$



### تدرّب (٣) :

أوجد مجموعة حل المتباينة :  $3 > 1 + s \geq 4$  ،  $s \in \mathbb{R}$  ، ومثلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

$$3 > 1 + s \geq 4$$

$$3 > 1 + s \geq 4$$



مجموعة الحل =  $(2, \dots, 3]$

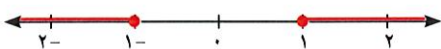
### حلّ متباينات تتضمن قيمة مطلقة

• مجموعة حل  $|s| \geq 1$



هي جميع الأعداد الحقيقية التي بعدها  
عن الصفر على خطّ الأعداد الحقيقية  
أصغر من أو يساوي ١

• مجموعة حل  $|s| \leq 1$



هي جميع الأعداد الحقيقية التي بعدها  
عن الصفر على خطّ الأعداد الحقيقية  
أكبر من أو يساوي ١

تذكّر أنّ :

- إذا كان  $|s| = 1$
- حيث  $s \in \mathbb{R}$  فإن :
- $s = 1$  أو  $s = -1$



تذكّر أنّ:

الرمز  $\Leftrightarrow$  يقرأ  
إذا فقط إذا .

$$|س| \geq ٢ \Leftrightarrow ٢ - \leq س \leq ٢ ، \text{ حيث } ٢ \exists ح_+ ، س \exists ح$$

مثال (١) :

أوجد مجموعة حلّ المتباينة :  $|س + ٤| > ٧$  في ح ، ومثلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

الحل :

$$٧ > |س + ٤|$$

$$٧ > س + ٤ > ٧ -$$

$$٤ - ٧ > س > ٤ - ٧ -$$

$$٣ > س > ١١ -$$

مجموعة الحلّ =  $(٣ ، ١١ -)$



تدرّب (٤) :

أوجد مجموعة حلّ المتباينة  $|س + ٢| - ٣ \geq ٥$  في ح ، ومثلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

$$٣ + ٥ \geq |س + ٢|$$

$$٨ \geq |س + ٢|$$

$$٨ \geq س + ٢ \geq ٨ -$$

$$٦ - \geq س \geq ٦ -$$

$$٦ \geq س \geq ٦ -$$

مجموعة الحلّ =  $[٦ - ، ٦]$





$$|s| \leq p \iff s \leq p \text{ أو } s \geq -p, \text{ حيث } p \exists \text{ ح. , } s \exists \text{ ح}$$

### مثال ( ٢ ) :

أوجد مجموعة حل المتباينة :  $|2s - 1| \leq 3$  في ح ، ومثلها على خط الأعداد الحقيقية .

### الحل :

$$|2s - 1| \leq 3$$

$$2s - 1 \geq 3$$

$$2s \geq 3 + 1$$

$$2s \geq 4$$

$$s \geq \frac{4}{2}$$

$$s \geq 2$$

$$s \in (2, \infty)$$

أو

$$2s - 1 \leq 3$$

$$2s \leq 3 + 1$$

$$2s \leq 4$$

$$s \leq \frac{4}{2}$$

$$s \leq 2$$

$$s \in (-\infty, 2]$$

$$\text{مجموعة الحل} = (-\infty, 2] \cup (2, \infty)$$



### تدرّب (٥) :

أوجد مجموعة حل المتباينة :  $|2s - 2| < 7$  في ح ، ومثلها على خط الأعداد الحقيقية .

$$|2s - 2| < 7$$

$$|2s - 2| < 7$$

$$2s - 2 > 7$$

$$2s > 7 + 2$$

$$2s > 9$$

$$s > \frac{9}{2}$$

$$2s - 2 < 7$$

$$2s < 7 + 2$$

$$2s < 9$$

$$s < \frac{9}{2}$$

$$\text{مجموعة الحل} = (\frac{9}{2}, \frac{9}{2})$$





### فكر وناقش

ما مجموعة حل  $|س| > ٧$  ؟ ولماذا ؟

تدرّب (٦) :

أوجد مجموعة حلّ المتباينة :  $٥ - |س| \leq ٦$  في ح .

$$-٦ \leq |س| \leq ٥$$

$$-٦ \leq س \leq ٥$$

$$-٦ \leq س \leq ٥$$

مجموعة حل  $\phi$

تدرّب (٧) :

يقدم محل للعصائر الطازجة أنواع مختلفة من العصير ، فإذا كان يقدم نوع من العصير بخلط ثلاث أنواع من عصير الفواكه هي : الفراولة والمانجو والأناس . فإذا كانت كمية عصير الفراولة  $\frac{1}{4}$  لتر ، والمانجو  $\frac{1}{4}$  لتر ، فما هي الكمية التي يمكن إضافتها من عصير الأناس علمًا بأن وعاء الخلط يتسع إلى ٢ لتر على الأكثر .  
( اكتب متباينة لإيجاد كمية عصير الأناس المناسبة ) .

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + س \geq ٢$$

$$\frac{1}{2} + س \geq ٢$$

$$س \geq ٢ - \frac{1}{2}$$

$$س \geq \frac{3}{2}$$

لحاج بك إضافة كمية عصير الأناس أصل من أو تساوي  $\frac{3}{2}$  لتر



## تمرّن :

أوجد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات التالية في ح ، ومثّلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

١ س - ٥ > ٢

س - ٥ > ٢ + ٥

س > ٧

مجموعة حلّ كل (٧، ٥) )



٢ ١ ≤ ٢ + ٣ < ١١

١ ≤ ٢ + ٣ < ١١ + ٥

١ ≤ ٧ < ١٦

١ ≤ ٧ < ١٦

١ ≤ ٧ < ١٦

مجموعة حلّ كل [٧، ١٦)



٣ ٥ > |٧ + س|

٥ > ٧ + س

٧ - ٥ > ٧ + س

٢ > س

مجموعة حلّ كل (٢، -٢)





$$4 \leq |2+p| \quad 4$$

$$\begin{aligned} 4 > c+p & \qquad 4 \leq c+p \\ c-7 > c-c+p & \qquad c-4 \leq c-c+p \\ 7 > p & \qquad c \leq p \\ (7-\infty) \ni p & \qquad (\infty, c] \ni p \\ [7-\infty) \cup (\infty, c] = \emptyset \end{aligned}$$



$$7 < 3 - |s| \quad 5$$

$$\begin{aligned} 3+7 < |s| & \qquad c \\ \frac{1}{2} \times 10 < |s| & \qquad c \times \frac{1}{2} \\ 0 < |s| & \qquad 0 < s \\ -0 > s & \qquad 0 < s \\ (0-\infty) \ni s & \qquad (\infty, 0) \ni s \\ (0-\infty) \cup (\infty, 0) = \emptyset \end{aligned}$$



$$8 \geq 0 - |2+3s| \quad 6$$

$$\begin{aligned} 0+8 & \geq 0+0-|c+3s| \\ 8 & \geq |c+3s| \\ 8 & \geq c+3s \geq 8 \\ c-8 & \geq c-c+3s \geq c-8 \\ 8 & \geq 3s \geq 8 \end{aligned}$$

$$\frac{8}{3} \geq s \geq \frac{8}{3} \quad \frac{11}{3} \geq s \geq \frac{10}{3} \quad 11 \geq 3s \geq 10$$

$$\left[ \frac{8}{3}, \frac{10}{3} \right] = \emptyset$$





$$7 \quad |s - 5| < 2$$

$$0 - 5 < s - 5 < 0 + 2$$

$$-5 < s - 5 < -3$$

$$-5 > s - 5 > -3$$

$$-5 > s > -3$$

مجموعة الحل =  $(-5, -3)$



$$8 \quad |2s - 3| \geq 9$$

$$9 \leq |2s - 3|$$

$$2s + 9 \geq 2s + 3 - 3s$$

$$7 \geq 3s$$

$$7 \geq 3s \Rightarrow s \leq \frac{7}{3}$$

$$2s - 9 \geq 2s + 3 - 3s$$

$$|2s - 3| \geq 9$$

$$9 \leq |2s - 3|$$

$$2s + 9 \leq 2s + 3 - 3s$$

$$12 \leq 3s$$

$$4 \leq s \Rightarrow s \geq \frac{4}{3}$$

$$s \leq \frac{7}{3}$$

$$s \in (-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [\frac{7}{3}, \infty)$$

$$s \in (\frac{4}{3}, \frac{7}{3}]$$

$$(-\infty, -\frac{4}{3}] \cup (\frac{4}{3}, \frac{7}{3}] = \text{الحل}$$





٩ ليحصل المتعلم على تقدير امتياز في مادة الرياضيات ، فإنّ عليه أنّ يحصل على ما لا يقلّ عن ٢٧٠ درجة في ٣ اختبارات لهذه المادّة ، حصل سالم على الدرجات ٩١ ، ٨٤ ، في الاختبار الأوّل والاختبار الثاني ، فما الدرجات التي يجب أنّ يحصل عليها سالم في الاختبار الثالث ليحصل على تقدير امتياز .

$$٩١ + ٨٤ + س < ٢٧٠$$

$$١٧٥ + س < ٢٧٠$$

$$١٧٥ - ١٧٥ - ٢٧٠ + س < ٢٧٠ - ١٧٥$$

$$س < ٩٥$$

لِجِبْ أَنْ لِيَحْصُلَ عَلَى تَقْدِيرِ امْتِيَازٍ أَكْثَرَ مِنْ ٩٥ دَرَجَةً

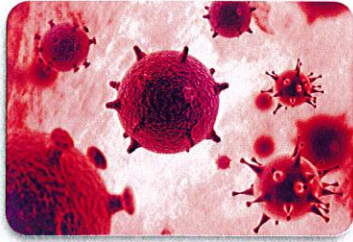
مِنَ الْإِخْتِبَارِ الثَّلَاثِ



## الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة Scientific Notation by Using Integer Exponents

٦-١

سوف تتعلم : كتابة الأعداد الكبيرة والأعداد متناهية الصغر بالصورة العلمية .



### نشاط :

في مختبر الأحياء يقوم العلماء بقياس أطوال بعض الكائنات الحية والكائنات المجهرية بالمليمتر (مم) وأجزاءه ، وكانت بعض نتائجهم ( في صورة قوى العدد ١٠ ) كما في الجدول التالي .  
أكمل الجدول لكي تكتشف النمط :

$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	١	١٠	١٠٠	١٠٠٠ (مم)	أطوال الكائنات بـ (مم)
٠,٠٠١	٠,٠١	٠,١	١,٠	١٠,٠	١٠٠,٠	١٠٠٠,٠	العدد بالصورة العشرية
$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	الصورة الأسية
٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣	قوة العدد ١٠ (الأس)

- صف النمط في الصف الثاني والثالث والرابع من الجدول .
- صف العلاقة بين العدد في الصورة العشرية والصورة الأسية له .

### الصورة العلمية ( القياسية ) باستخدام الأسس الصحيحة الموجبة

مثال ( ١ ) :

أكتب العدد ٦٥٢٤١ بالصورة العلمية .

الحل :

العدد في الصورة العشرية  
حرك الفاصلة العشرية إلى اليسار لتحصل على عدد  
عشري أكبر من أو يساوي واحدًا وأصغر من ١٠  
عدّ المنزلات التي تحركت بها الفاصلة العشرية إلى  
اليسار لتمثل قوة العدد ١٠

$$65241,0$$

$$65241,0$$

$$6,5241 \times 10^4$$

$$\therefore 65241 = 6,5241 \times 10^4$$

$$\therefore 6,5241 \times 10^4$$

تسمى بالصورة العلمية ( القياسية ) للعدد

### العبارات والمفردات :

صورة علمية

Scientific  
Notation

أسس موجبة

Positive  
Exponents

أسس سالبة

Negative  
Exponents

### معلومات مفيدة :

الميكروبيولوجي

Microbiology

هو علم دراسة الأحياء الدقيقة غير المرئية بالعين المجردة ، مثل البكتيريا والفطريات .



الميكرومتر : وهو

أحد أجزاء وحدة المتر التي تُستخدم لقياس المسافات والأطوال القصيرة جدًا ، وهي تمثل ٠,٠٠٠٠٠١ من المتر (واحد من مليون من المتر) .

النانومتر : وهو أيضًا يمثل أحد أجزاء وحدة المتر الصغيرة جدًا ؛ حيث يُستخدم لقياس المسافات والأطوال الشديدة القصر ، وهي تمثل ٠,٠٠٠٠٠٠٠٠١ من المتر (واحد من ألف مليون من المتر) .



**الصورة العلمية (القياسية) للعدد :**  
يُكتَب العدد على الصورة:  $10^n$  حيث  $1 \geq |n| > 10$ ،  $n \in \mathbb{Z}$ .

**فمثلاً :** الشكل النظامي = الصورة العلمية (القياسية)

$$65241 = 6,5241 \times 10^4$$

عدد عشري قيمته المطلقة أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10

قوى العدد 10 في الصورة الأسية

**تذكّر أنّ :**

- المليون =  $10^6$
- المليار =  $10^9$
- التريليون =  $10^{12}$

**تدرّب (١) :**

أكتب بالصورة العلمية كلاً ممّا يلي :

أ  $4375 = 10 \times 4,375$  □

ب  $415,3 = 10 \times 41,53$

ج  $1180 - 1180000000 = 1,18 \times 10^9$

د  $231 \text{ مليار} = 231 \times 10^9$

**تدرّب (٢) :**

أكتب رمز كل من الأعداد التالية بالشكل النظامي :

أ  $1400 = 10^3 \times 1,4$

ب  $3456 = 10^4 \times 0,3456$

ج  $689 = 10^6 \times 6,89 \times 10^{-3}$

د  $2003 = 10^7 \times 2,003 \times 10^{-4}$

**الصورة العلمية (القياسية) باستخدام الأسس الصحيحة السالبة**

**مثال (٢) :**

أكتب العدد  $0,00256$  بالصورة العلمية .

**الحل :**

حرّك الفاصلة العشرية إلى اليمين لتحصل على عدد عشري أكبر من أو يساوي واحداً وأصغر من 10 عدّ المنزلات التي تحرّكت بها الفاصلة العشرية لليمين لتمثّل قوّة العدد 10

$0,00256$

$10^{-3} \times 2,56$

$\therefore 10^{-3} \times 2,56 = 0,00256$

تُسَمّى بالصورة العلمية (القياسية) للعدد

$\therefore 10^{-3} \times 2,56$



تدرّب (٣) :

أكتب بالصورة العلمية كلّ ممّا يلي :

٤+  $10 \times 5,9 = 0,00059$  أ

٦-  $10 \times 7,65 = 0,0000765$  ب

٣-  $10 \times 4,0 = 0,0040 =$  أربعمئة وخمسون جزءاً من مئة ألف ج

٥-  $10 \times 4,3 = 0,000043 =$  ٤٣ جزءاً من مليون د

٤-  $10 \times 0,3 = 0,00003 = \frac{3}{100000}$  هـ

تدرّب (٤) :

أكتب رمز كلّ من الأعداد التالية بالشكل النظامي :

٣  $10 \times 3 = 0,000000003$  ب

٢  $10 \times 5,2 = 0,000000052$  أ

٤  $10 \times 2,064 = 0,0000002064$  د

٣-  $10 \times 4,03 = 0,00000403$  ج

تدرّب (٥) :

قارن بوضع < ، > ، = في كلّ ممّا يلي لتحصل على عبارة صحيحة :

٣-  $10 \times 4,4$  < ٥-  $10 \times 4,4$  أ

٧  $10 \times 7,2$  > ٧  $10 \times 3,05$  ب

٤-  $10 \times 4,07$  > ٦-  $10 \times 2,7$  ج



مثال ( ٣ ) :

أوجد ناتج ما يلي بالصورة العلمية :  ${}^3 10 \times 7, 2 + {}^3 10 \times 4, 1$

الحل :

$${}^3 10 \times 7, 2 + {}^3 10 \times 4, 1$$

$$({}^3 10 \times (7, 2 + 4, 1)) =$$

$$({}^3 10 \times (11, 3)) =$$

$${}^3 10 \times 11, 3 =$$

$${}^4 10 \times 1, 13 =$$

(بأخذ  ${}^3 10$  عامل مشترك)

تدرّب (٦) 

أوجد ناتج ما يلي بالصورة العلمية :

$${}^8 10 \times 2, 3 - {}^8 10 \times 6, 4 \quad \text{أ}$$

$$({}^8 10 \times (2, 3 - 6, 4)) =$$

$$({}^8 10 \times (-4, 1)) =$$

$${}^8 10 \times -4, 1 =$$

$$({}^2 10 \times 3) \div ({}^0 10 \times 2, 1) \quad \text{ب}$$

$$\square 10 \times \frac{3, 1}{3} = \frac{{}^0 10 \times 2, 1}{{}^2 10 \times 3}$$

$$\square 10 \times \dots =$$

$$\square 10 \times \dots =$$

$$({}^3 10 \times 2) \times ({}^7 10 \times 3, 2) \quad \text{ج}$$

$$(\square 10 \times \square 10) \times (\dots \times 3, 2) =$$

$$\square 10 \times \dots =$$

تذكّر أنّ :

إذا كان س، ص  
أعداد صحيحة :

$$\bullet \frac{س}{ص} \times \frac{س}{ص} =$$

$$\frac{س}{ص} + \frac{س}{ص} =$$

$$\bullet \frac{س}{ص} = \frac{س}{ص} \times \frac{ص}{ص}$$

حيث  $ص \neq 0$



### تدرّب (٧) :

يبلغ طول حشرة السوس ٠,٩٦٥٢ سم، بينما يبلغ طول حشرة الماء ٠,١٩٨١ سم. أكتب العددين بالصورة العلمية، ثم وضح أي الحشرتين هي الأصغر طولاً؟

$$\text{طول حشرة السوس} = 9,652 \times 10^{-5} \text{ سم}$$

$$\text{طول حشرة الماء} = 1,981 \times 10^{-4} \text{ سم}$$

$$1,981 \times 10^{-4} > 9,652 \times 10^{-5}$$

حشرة الماء هي الأصغر طولاً

### تدرّب (٨) :

يبلغ طول قطر الأرض ١,٢٨ × ١٠<sup>٤</sup> كم، وطول قطر كوكب المشتري ١,٤٣ × ١٠<sup>٤</sup> كم، فبكم يزيد طول قطر كوكب المشتري عن طول قطر الأرض؟

$$\text{مقدار الزيادة} = 1,43 \times 10^4 - 1,28 \times 10^4$$

$$= (1,43 - 1,28) \times 10^4$$

$$= (0,15) \times 10^4 = 1,5 \times 10^3 \text{ كم}$$

#### معلومات مفيدة :

أوزان بعض كواكب مجموعتنا الشمسية بالطنّ.

(١) عطارد

$$3,3 \times 10^{22}$$

(٢) الزهرة

$$9,9 \times 10^{22}$$

(٣) الأرض

$$9,9 \times 10^{22}$$

(٤) المشتري

$$9,9 \times 10^{24}$$



### فكر وناقش

١ هل يوجد عدد لا يمكن كتابته في الصورة العلمية؟

٢ هل (١٠ صفر) هو عدد في الصورة العلمية؟

### تمرّن :

١ أكتب بالصورة العلمية كلاً مما يلي :

$$١ \quad 456000 = 4,56 \times 10^5$$

$$٢ \quad 0,00342 = 3,42 \times 10^{-3}$$



ج-  $10 \times 6,1354 = 61354$

د-  $10 \times 1967 = 19670$

هـ-  $10 \times 3944 = 39440$   
= ٣٩٤٤ مليوناً

و-  $10 \times 341 = 3410$   
= ٣٤١ تريليوناً

ز-  $10 \times 704 = 7040$   
= سبعمئة وأربعة وخمسون ملياراً

ح-  $10 \times 72 = 720$   
= ستمئة وثلاثون جزءاً من عشرة آلاف

ط-  $10 \times 51 = 510$   
= ٥١ جزءاً من مليون

ي-  $10 \times 386 = 3860$   
= ٣٨٦ جزءاً من مليار



٢ اكتب كلاً ممّا يلي بالشكلّ النظامي :

أ  $10 \times 1,21 = 10^0$

ب  $10 \times 3,4 = 10^{-1}$

ج  $10 \times 2,09 = 10^4$

د  $10 \times 2 = 10^{-7}$

هـ  $10 \times 3 = 10^7$

و  $10 \times 3,231 = 10^{-2}$

٣ قارن بوضع < ، > ، = في كلّ ممّا يلي لتحصل على عبارة صحيحة :

أ  $10 \times 9,9 > 10 \times 1,1$

ب  $10 \times 3,2 < 10 \times 1,7$

ج  $10 \times 3,54 = 354$  جزءاً من ألف

٤ أوجد ناتج كلّ ممّا يلي بالصورة العلمية :

أ  $(10^2 + 10^3) \times 10^0 = 10^2 \times 2 + 10^3 \times 5$

$10^2 \times 2 + 10^3 \times 5 =$



$$(٤,٧ - ٩,٨) \times ١٠ = ١٠ \times ٢,٧ - ١٠ \times ٩,٨$$

$$\begin{aligned} & ١٠ \times ٢,٧ = ٢٧ \\ & ١٠ \times ٩,٨ = ٩٨ \end{aligned}$$

$$(٤,١ \times ١٠) \times (٥ \times ٤,٣) = (٤,١ \times ٥) \times (١٠ \times ٤,٣)$$

$$\begin{aligned} & ٤١ \times ٤٣ = ١٧٥٣ \\ & ٤١ \times ٤٣ = ١٧٥٣ \end{aligned}$$

$$\frac{١}{٧} \times \frac{٦,٣}{٧} = \frac{١ \times ٦,٣}{٧ \times ٧} = (١٠ \times ٧) \div (١٠ \times ٦,٣)$$

$$\begin{aligned} & ١ \times ٩,١ = ٩,١ \\ & ١ \times ٩,١ = ٩,١ \end{aligned}$$

- ٥ بلغت مساحة مركز الشيخ عبد الله السالم الثقافي ١٢٧٠٠٠ متر مربع .  
اكتب هذه المساحة في الصورة العلمية .

$$١٢٧٠٠٠ = ١,٢٧ \times ١٠^٥ \text{ متر مربع}$$

- ٦ في عام ٢٠١٦ م ، بلغ عدد سكان دولة الكويت حوالي (١٠ × ٤,١) نسمة ، بينما بلغ عدد سكان دولة الإمارات العربية المتحدة حوالي (١٠ × ٨,٣) نسمة .  
فأي الدولتين هي الأكثر عددًا في السكان؟ وكم بلغ مجموع عدد سكان الدولتين معًا  
بالصورة العلمية ؟

$$١٠ \times ٤,١ < ١٠ \times ٨,٣$$

دولة الإمارات هي الأكثر عددًا

مجموع عدد سكان الدولتين معًا

$$(١٠ \times ٨,٣) + (١٠ \times ٤,١)$$

$$(٨,٣ + ٤,١) \times ١٠ =$$

$$١٠ \times ١٢,٤ = ١٢,٤ \times ١٠ =$$





مراجعة الوحدة الأولى  
Revision Unit One

٧-١

أولاً : التمارين المقالية

١ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية في ح :

أ  $v = |3 + 2s|$

$$v = 3 + 2s \quad \text{أو} \quad v = 3 + 2s$$

$$2 - v = 2 - 3 + 2s \quad 2 - v = 2 - 3 + 2s$$

$$\frac{1}{2} \times 1 = 2s \quad \frac{1}{2} \times 4 = 2s \times \frac{1}{2}$$

$$0 = 2s \quad s = 0$$

$$\{0\} = 2.3$$

ب  $1 = |7 - 5s|$

$$1 = 7 - 5s \quad \text{أو} \quad 1 = 7 - 5s$$

$$1 \times \frac{1}{5} = 7 - 5s \times \frac{1}{5} \quad 1 \times \frac{1}{5} = 7 - 5s$$

$$\frac{1}{5} = 7 - 5s \quad \frac{1}{5} = 7 - 5s$$

$$7 + \frac{1}{5} = 7 + 7 - 5s \quad 7 + \frac{1}{5} = 7 + 7 - 5s$$

$$0 \frac{1}{5} = 5s \quad 7 \frac{1}{5} = 5s$$

$$\{0 \frac{1}{5}, 7 \frac{1}{5}\} = 2.3$$

ج  $v = v + |9 - s|$

$$v - v = v - v + 9 - s \quad v = v + |9 - s|$$

$$0 = 9 - s \quad 0 = 9 - s$$

$$\frac{1}{6} \times 0 = 9 - s \quad \frac{1}{6} \times 6 = 9 - s \times \frac{1}{6}$$

$$0 = 9 - s \quad 0 = 9 - s$$

$$9 + 0 = 9 + 9 - s$$

$$9 = s$$

$$\{9\} = 2.3$$



٢ أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية في ح ، مع تمثيل مجموعة الحل على خط الأعداد الحقيقية :

أ  $2 \geq |7 - 3s|$

$c > 3s > c$

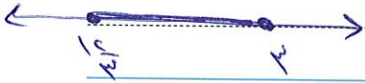
$7 + c > 7 + 3s > 7 + c$

$9 > 3s > 5$

$9 \times \frac{1}{3} > 3s \times \frac{1}{3} > 5 \times \frac{1}{3}$

$3 > s > \frac{5}{3}$

$[2, \frac{5}{3}] \cup [2, 3] = [2, 3]$



ب  $5 < |1 + s|$

$0 < 1 + s$  أو  $0 < 1 + s$

$1 - 5 < 1 + s$   $1 - 5 < 1 + s$

$7 < s$   $s < 4$

$(7, \infty) \cup (-\infty, 4)$

$(7, \infty) \cup (-\infty, 4) = \emptyset$



ج  $6 > |s - 9|$

$6 > |s - 9|$

$3 > 9 - s$

$3 > 9 - s$

$9 + 3 > 9 + 9 - s > 9 + 3$

$12 > s > 6$

$(6, 12)$



د  $2 + 8 \leq 3 + 2 - |4 + s|$   $11 \leq 3 - |4 + s|$

$11 \leq 3 - |4 + s|$

$11 - 3 \geq 4 + s$  أو  $11 \leq 4 + s$

$8 - 11 \geq 4 + s$   $8 - 11 \leq 4 + s$

$\frac{1}{2} \times 10 \geq s \times \frac{1}{2}$   $\frac{1}{2} \times 10 \leq s \times \frac{1}{2}$

$5 \geq s$   $5 \leq s$

$(-\infty, 5] \cup [5, \infty) = \mathbb{R}$





$$٤ - ٤ - ٤ \text{ اس } ١ < ٤ \quad | \text{س} | < ١٠$$

$$٦ < ١ \text{ اس } ١$$

$$٦ = ٦ \text{ اس } ١$$

مجموعة كل  $\phi$

٣ أكمل الجدول التالي :

الصورة العلمية	رمز العدد بالشكل النظامي
$٤ \times ٢,٥$	٣٥٠٠٠
$٣ \times ١٠ \times ٦,٠٣$	$٦٠٠٠٠٠٠٠$
$٤ \times ١٠ \times ٧,٣$	٠,٠٠٠٧٣
$١٠ \times ٨,٤٤$	٨٤٤٠٠٠٠٠

٤ أوجد ناتج كل مما يلي بالصورة العلمية :

$$\text{أ} \quad (٢,٦ + ٧,١) \times ١٠^٩ = (١٠ \times ٢,٦) + (١٠ \times ٧,١)$$

$$٩ \times ٩,٧ =$$

$$\text{ب} \quad (٨,١ - ٩,٣٦) \times ١٠^٧ = (١٠ \times ٨,١) - (١٠ \times ٩,٣٦)$$

$$٧ \times ١,٢٦ =$$

$$\text{ج} \quad (١٠^٢ \times ١٠^٥) \times (٤,١ \times ٣) = (٣ \times ١٠ \times ٤,١) \times (١٠ \times ٣)$$

$$٢ \times ١٠^٧ \times ٣ = ١٠ \times ١٢٠٣ =$$

$$\text{د} \quad \frac{١٠ \times ٤,٤}{٢ \times ١٠ \times ٦} = (٧ \times ١٠ \times ٦) \div (٢ \times ١٠ \times ٤)$$

$$١٠ \times ٤ = ٦ \times ١٠ \times ٤ =$$



٥ تنتج دولة الكويت كمية من النفط تبلغ ١, ٣ مليون برميل يوميًا ، إذا أرادت زيادة إنتاجها نصف مليون برميل يوميًا ، فكم سيبلغ إنتاجها من النفط في اليوم الواحد بعد الزيادة ؟

إنتاج الكويت في اليوم الواحد بعد الزيادة = ١ مليون + ٠,٥ مليون = ١,٥ مليون  
الشكل النظامي :  $1 \times 10^6 + 0,5 \times 10^6$   
الصورة العلمية :  $1,5 \times 10^6$

### ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولاً : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

<input type="radio"/>	(أ)	$\sqrt{s} + \sqrt{v} = \sqrt{s+v}$
<input type="radio"/>	(أ)	الأعداد : $\sqrt{10}$ ، $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\pi$ مرتبة ترتيبًا تنازليًا .
<input type="radio"/>	(أ)	مجموعة حل المعادلة $ s  = 5$ في ح ، هي $\{5, -5\}$
<input type="radio"/>	(ب)	مجموعة حل المتباينة $ s+1  \geq 3$ في ح ، هي $[-4, 2]$
<input type="radio"/>	(ب)	إذا كانت $s=3$ ، فإن قيمة $ s-3 +7$ هي ٧

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

٦ الفترة التي تمثل مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ٥ والأكبر من أو تساوي ٥ هي :  
(أ)  $(5, 5-)$  (ب)  $[5, 5-)$  (ج)  $(5, 5-]$  (د)  $[5, 5-]$

٧ الفترة الممثلة على خط الأعداد  $\leftarrow \rightarrow$  هي :  
(أ)  $(\infty, 2)$  (ب)  $(\infty, 2]$  (ج)  $[2, \infty-)$  (د)  $(2, \infty-)$

٨ مجموعة حل المتباينة  $|s-2| < 3$  في ح هي :  
(أ)  $(\infty, 2)$  (ب)  $(\infty, 2] \cup [1-, \infty-)$   
(ج)  $(\infty, 2) \cup (1-, \infty-)$  (د)  $(2, 1-)$



$$= \frac{27\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} - \frac{3}{2} \times 8 \quad 9$$

$$1\frac{1}{2} \quad \text{د}$$

$$1\frac{1}{2} \quad \text{ج}$$

$$3 \quad \text{ب}$$

$$9 \quad \text{ا}$$

١٠ أكبر الأعداد التالية هو:

$$38,000 \quad \text{ب}$$

$$10 \times 4,23 \quad \text{أ}$$

$$10 \times 9,37 \quad \text{د}$$

$$10 \times 4,23 \quad \text{ج}$$

١١ العدد  $0,00543$  بالصورة العلمية هو:

$$10 \times 5,43 \quad \text{د}$$

$$10 \times 5,43 \quad \text{أ}$$

$$10 \times 543 \quad \text{د}$$

$$10 \times 54,3 \quad \text{ج}$$

١٢ العدد غير النسبي في ما يلي هو:

$$0,3 \quad \text{د}$$

$$\frac{1}{\sqrt{64}} \quad \text{ج}$$

$$\frac{7}{9} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{15} \quad \text{ا}$$



## استعد للوحدة الثانية



١ أوجد العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) لكل مما يلي :

ب ٦ س<sup>٢</sup> ، ٨ س<sup>٣</sup>  
ع . م . أ = ٢ س<sup>٢</sup>

أ ٧ ، ١٤  
ع . م . أ = ٧

٢ حل ما يلي تحليلًا تامًا :

ب ص<sup>٢</sup> - ٤

(ص + ٢) (ص - ٢)

أ ٢ س<sup>٢</sup> - ٨ س

٢ س (س - ٤)

٣ أوجد ناتج كل مما يلي :

ب  $\frac{٠,٠٦٤\sqrt{٣}}{١٠٠٠\sqrt{٣}} = \frac{٦٤\sqrt{٣}}{١٠٠٠\sqrt{٣}}$   
ع =  $\frac{٦٤}{١٠٠٠}$

أ  $\frac{\frac{٨-\sqrt{٣}}{٢٧}\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}$   
ع =  $\frac{٨-\sqrt{٣}}{٢٧}$

٤ أوجد ناتج كل مما يلي :

ب ٣ (٢ س<sup>٢</sup> - ٧ س + ٥)

٦ س<sup>٣</sup> - ٢١ س<sup>٢</sup> + ١٥ س

أ س (س + ٣)

س<sup>٢</sup> + ٣ س

د (١ - ص ٢) × (١ - ص ٢)

١ + ٤ ص - ٤ ص<sup>٢</sup> - ٤ ص<sup>٣</sup> + ١

١ + ٤ ص - ٤ ص<sup>٢</sup> - ٤ ص<sup>٣</sup> + ١

ج (١ - ص ٣) × (٤ + ص)

٤ + ص - ٣ ص<sup>٢</sup> + ٣ ص<sup>٣</sup> - ٤

٤ + ص - ٣ ص<sup>٢</sup> + ٣ ص<sup>٣</sup> - ٤



و (س - ص) (س<sup>2</sup> + س ص + ص<sup>2</sup>)

$$= س^3 + س^2 ص + س ص^2 + ص^3 - س^3 - س^2 ص - س ص^2 - ص^3$$

$$= س^2 ص + س ص^2 - س^2 ص - س ص^2$$

هـ (س + ٥)<sup>2</sup>

$$= س^2 + ١٠ س + ٢٥$$

٥ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية في ح :

ب س<sup>2</sup> - ١٦ = ٠

$$(س - ٤) (س + ٤) = ٠$$

إما س = ٤ أو س = -٤

س = ٤      س = -٤

مجموعة الحل = { ٤, -٤ }

أ ٦ س + ٥ = ٨

$$٦ س = ٨ - ٥$$

$$\frac{١}{٦} \times ٦ س = \frac{١}{٦} \times ٣$$

س =  $\frac{٣}{٦}$

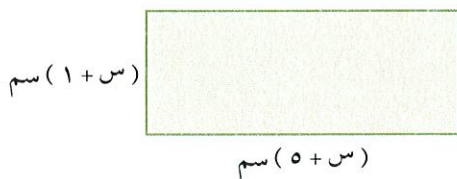
مجموعة الحل = {  $\frac{٣}{٦}$  }

٦ أوجد مساحة منطقة مربعة طول ضلعها (س - ٣) سم .

مساحة المنطقة المربعة = ل<sup>2</sup>

$$= (س - ٣)^2$$

$$= س^2 - ٦ س + ٩$$



٧ منطقة مستطيلة أبعادها موضحة في الشكل المقابل. أوجد مساحتها .

مساحة = الطول × العرض

$$= (س + ٥) (س + ١)$$

$$= س^2 + س + ٥ س + ٥$$

$$= س^2 + ٦ س + ٥$$

## تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

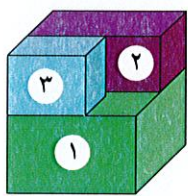
Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

١-٢

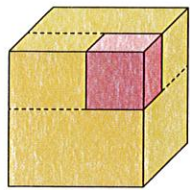
سوف تتعلم : تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل مجموع مكعبين .

نشاط :

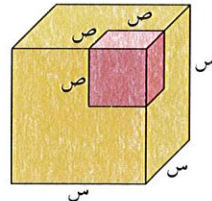
أنتج مصنع للإسفننج قطعة مكعبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول ، ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغير طول حرفه (ص) وحدة طول كما في الشكل (أ) .



ج



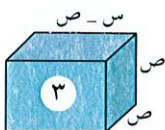
ب



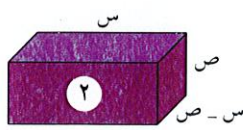
أ

أحسب كلاً من : حجم المكعب الكبير =  $s \times s \times s = s^3$  وحدة مكعبة  
حجم المكعب الصغير =  $v \times v \times v = v^3$  وحدة مكعبة  
حجم الجزء المتبقي =  $s^3 - v^3$  وحدة مكعبة

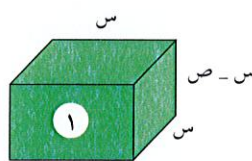
• يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفننج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسمات (١) ، (٢) ، (٣) كل منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي :



س - ص



س



س

الحجم =  $(s-v) \times (s-v) \times s$  | الحجم =  $(s-v) \times (s-v) \times s$  | الحجم =  $(s-v) \times (s-v) \times s$

حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء (١) + حجم الجزء (٢) + حجم الجزء (٣)  
 $s^3 - v^3 = (s-v) \times (s-v) \times s + (s-v) \times (s-v) \times s + (s-v) \times (s-v) \times s$   
 $= (s-v) \times (s^2 + s^2 + s^2) = (s-v) \times (3s^2)$

تحقق من ذلك بإجراء عملية الضرب .

العبارات والمفردات :

- تحليل

Factorising

- الفرق بين مكعبين

Difference

Between Two

Cubes

- مجموع مكعبين

Sum of Two

Cubes

معلومات مفيدة :

الإسفننج الطبيعي يتم استخراجه من حيوان الإسفننج البحري ، ولكن الإسفننج المستخدم في منازلنا هو عبارة عن مادة صناعية يتم تصنيعها من سيليلوز ألياف الخشب ، أو البوليمرات البلاستيكية الرغوية ، وكثيراً ما يُستخدم الإسفننج في تنظيف الأواني والأسطح المختلفة ، كما يُستخدم أيضاً في تصنيع بعض قطع الأثاث .







مما سبق نستنتج أنه لتحليل الفرق بين مكعبين  $س^3$  ،  $ص^3$  نتبع القاعدة التالية :

$$س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + صس + ص^2)$$

يمكن استبدال (ص) بـ (ص - ص) في القاعدة السابقة لنصل إلى الصورة :

$$س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 - صس + ص^2)$$

وهو ما يمثل مجموع مكعبين .

### مثال :

حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

أ)  $س^3 - 27$

### الحل :

$$س^3 - 27 =$$

$$= (س - 3)(س^2 + 3س + 9)$$

ب)  $س^3 + 64$

### الحل :

$$س^3 + 64 =$$

$$= (س + 4)(س^2 - 4س + 16)$$

### تدرّب (1) :

حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

أ)  $س^3 - 64 = (س - 4)(س^2 + 4س + 16)$

ب)  $1 - 8ص^3 = (1 - 2ص)(1 + 2ص + 4ص^2)$

ج)  $8س^3 + 27م^3 = (2س + 3م)(4س^2 - 6سم + 9م^2)$

### تدرّب (2) :

حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

أ)  $3ع^3 - 81 = 3(ع - 3)(ع^2 + 3ع + 9)$

$$= 3(ع - 3)(ع^2 + 3ع + 9)$$

ب)  $2س^4 + 16س = 2س(س^3 + 8) = 2س(س + 2)(س^2 - 2س + 4)$

$$= 2س(س + 2)(س^2 - 2س + 4)$$

ج)  $5 - 40م^3 = 5(1 - 8م^3) = 5(1 - 2م)(1 + 2م + 4م^2)$

$$= 5(1 - 2م)(1 + 2م + 4م^2)$$



تدرّب (٣) :

حلّ كلاً مما يلي تحليلاً تامّاً :

أ  $(\frac{3}{4}n + \frac{9}{16}) (\frac{3}{4}n + \frac{3}{4}) = \frac{27}{64}n^2 + \frac{27}{64}$

ب  $(\frac{4}{9}b + \frac{4}{15} + \frac{1}{90}) (\frac{4}{3}b - \frac{1}{5}) = \frac{8}{27}b^3 - \frac{1}{125}$

ج  $س^3 - 125 = (س - 5)(س^2 + 5س + 25)$

ملاحظة :

$^2(م) = م^2$   
 $^2(م) = م^2$

فكر وناقش

هل يمكن تحليل  $(م^3 - ن^3)$  بطريقتين مختلفتين؟ وضح ذلك؟ وقارن بين ما حصلت عليه.

تدرّب (٤) :

صندوق على شكل شبه مكعب حجمه  $(٢٧ + م^3)$  متر مكعب وارتفاعه  $(٣ + ٢)$  متر، وظّف مفهوم التحليل لإيجاد مساحة قاعدته.

حجم المكعب = مساحة القاعدة × الارتفاع

مساحة القاعدة =  $\frac{\text{حجم المكعب}}{\text{الارتفاع}} = \frac{(٢٧ + م^3)}{(٣ + ٢)}$

$٩ + ٢٣ - م^٢ = \frac{(٩ + ٢٣ - م^٢)(٣ + ٢)}{(٣ + ٢)}$

تمرّن :

١ حلّ كلاً مما يلي تحليلاً تامّاً :

أ  $(١ + م - م^٢)(١ + م) = ١ + م^٣$

ب  $(٤ + ب + ب^٢)(٤ - ب) = ١٦ - ب^٣$

ج  $(٤٥ + ل - ل^٢)(٥ + ل) = ١٢٥ + ل^٣$

د  $(٢٧ + ه - ه^٢)(٣ + ه) = ٢٧ + ه^٣$

هـ  $(٤٩ + ن - ن^٢)(٥ + ن) = ٢٤٩ + ن^٣$

و  $١٢٥ - س^٣ = ٦٤ - ص^٣ = (٥ - س)(٥٠ + ٥س + س^٢) - (٤ - ص)(١٦ + ٤ص + ص^٢)$

تذكّر أنّ :

حجم شبه المكعب = مساحة القاعدة × الارتفاع



٢ حلّ كلّ مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ  $(٣.٧.٥.٣ + ٥.٣.٧.٥ + ٥.٣.٧.٥) = ٣ ص - ٥, ٠, ٢٧$

ب  $(٥ \frac{١}{١٦} + ٥٩ \frac{١}{٦} + ٩ \frac{٤}{٩})(٥ \frac{١}{٤} + ٩ \frac{٤}{٣}) = ٣ ب \frac{١}{٦٤} + ٢٧ \frac{٨}{٢٧}$

ج  $٥٤ ب^٤ - ٢ ب = ٤٧.٤.٣(١ - ٣)$   
 $(١ + ٥٣ + ٤٩) (١ - ٥٣) =$

د  $٨١ ك^٣ + ٣ ه = ٣٥.٧.٤(٣ ه + ٣٥)$   
 $(٣ ه - ٥) (٣ ه + ٥) =$

هـ  $٣ س^٥ - ٢٤ س^٢ = ٣ س.٤.٣(٣ س - ٨)$   
 $(٤ + ٣ س + ٤٩) (٣ س - ٤) =$

و  $١٦ س^٤ + ٥٤ س ص^٣ = ٣ س.٧.٤(٣ س + ٧)$   
 $(٣ س + ٧) (٣ س - ٧) =$

٣ مكعب طول ضلعه (س + ٣) سم، حُفِرَ بداخله مكعب طول ضلعه (س + ١) سم، فما حجم الجزء المتبقي من المكعب بعد الحفر.

حجم المكعب الاول =  $(س + ٣)^٣$  حجم المكعب الثاني =  $(س + ١)^٣$

حجم الجزء المتبقي =  $(س + ٣)^٣ - (س + ١)^٣$

$(س + ٣)^٣ - (س + ١)^٣ = (س + ٣)(س + ٣ + ٣س + ٩) - (س + ١)(س + ١ + ٣س + ٣)$

$= (س + ٣)(٤س + ١٢) - (س + ١)(٤س + ٤)$

$= ٤س^٢ + ١٢س + ١٢ - ٤س^٢ - ٤س - ٤ = ٨س + ٨$

$= ٨(س + ١)$

$(س + ١)(٨س + ٨) =$



## تحليل المربّع الكامل Factorising Perfect Square

٢-٢

سوف تتعلّم : تحليل المربّع الكامل .

العبارات والمفردات :  
مربّع كامل  
Perfect Square

نشاط :

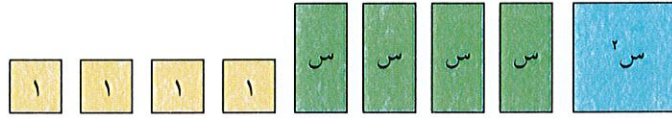
حلّ الحدودية التالية تحليلًا تامًا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$س^٢ + ٤س + ٤$$

أولًا: الطريقة العملية :

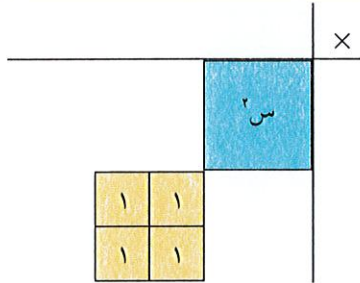
الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية  $س^٢ + ٤س + ٤$  ببطاقات الجبر كما يلي :



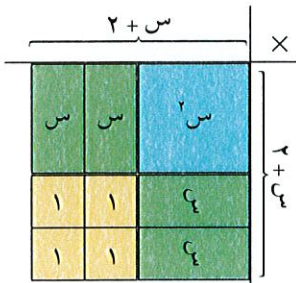
اللوازم :

بطاقات الجبر	
س × س	س <sup>٢</sup>
س × ١	س
١ × ١	١



الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقة  $س^٢$  ،  
كذلك ضع بطاقات  $١$  على شكل مصفوفة كما  
في الشكل :



الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المربّع على رقعة الضرب ببطاقات  $س$  ،  
فلاحظ أنّ طول ضلع المربّع =  $س + ٢$

$$\therefore \text{مساحة المربّع} = (س + ٢)(س + ٢)$$

$$= (س + ٢)^٢$$

$$\therefore س^٢ + ٤س + ٤ = (س + ٢)(س + ٢)$$

$$= (س + ٢)^٢$$



ثانياً: الطريقة الجبرية :

درست في ما سبق :

$$\text{للضرب: } (b + 2)^2 = b^2 + 2 \cdot b \cdot 2 + 2^2 = b^2 + 4b + 4$$

= مربع الحد الأول + الحد الأول  $\times$  الحد الثاني  $\times$  2 + مربع الحد الثاني ،

$$(b - 2)^2 = b^2 - 2 \cdot b \cdot 2 + 2^2 = b^2 - 4b + 4$$

= مربع الحد الأول - الحد الأول  $\times$  الحد الثاني  $\times$  2 + مربع الحد الثاني .

$$\text{وللتحليل: } b^2 + 4b + 4 = (b + 2)^2$$

= ( الجذر التربيعي الموجب للحد الأول + الجذر التربيعي

الموجب للحد الثالث )<sup>2</sup>

$$b^2 - 4b + 4 = (b - 2)^2$$

= ( الجذر التربيعي الموجب للحد الأول - الجذر التربيعي

الموجب للحد الثالث )<sup>2</sup>

∴ لتحليل الحدودية  $s^2 + 4s + 4$  :

• الجذر التربيعي الموجب للحد الأول =  $s$

• الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث =  $2$

$$\therefore s^2 + 4s + 4 = (s + 2)^2$$

وهذا المقدار  $(s^2 + 4s + 4)$  يسمى **مربعاً كاملاً**

وستقتصر دراستنا في هذا الكتاب على الطريقة الجبرية فقط .

**مثال ( ١ ) :**

حدّد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية التالية مربعاً كاملاً أم لا ؟ ثم حلّل الحدودية إذا كانت مربعاً كاملاً .

$$s^2 + 10s + 25$$

**الحل :**

• هل  $s^2$  مربع كامل ؟ **الإجابة :** نعم

• هل  $25$  مربع كامل ؟ **الإجابة :** نعم

• هل الحد الأوسط **ضعف** حاصل ضرب  $s \times 5$

**الإجابة :** نعم حيث  $2 \times s \times 5 = 10s$  ( الحد الأوسط )

∴ الحدودية الثلاثية  $s^2 + 10s + 25$  مربع كامل

$$\therefore s^2 + 10s + 25 = (s + 5)^2$$



تدرّب (١) :

أي من الحدوديات الثلاثية التالية تمثل مربعًا كاملًا :

ب) ص<sup>٢</sup> + ٣ ص + ٩

لا تمثل مربع كامل

(٣ + ص)<sup>٢</sup> = ٩ + ٦ ص + ص<sup>٢</sup>

أ) ص<sup>٢</sup> - ١٤ ص + ٤٩

تمثل مربع كامل

لأن (ص - ٧)<sup>٢</sup> = ص<sup>٢</sup> - ١٤ ص + ٤٩

د) ٤ ص<sup>٢</sup> + ٣٦ ص + ٩

لا تمثل مربع كامل

(٣ + ص)<sup>٢</sup> = ٩ + ٦ ص + ص<sup>٢</sup>

ج) ٩ ص<sup>٢</sup> - ٦ ص - ١

لا تمثل مربع كامل

لأن (٣ ص - ١)<sup>٢</sup> = ٩ ص<sup>٢</sup> - ٦ ص + ١  
\* أوليون الحد الثالث ذو إشارة سالبة

تدرّب (٢) :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

ب) ١٦ ب<sup>٢</sup> - ٢٤ ب + ٩

= (٤ ب - ٣)<sup>٢</sup>

أ) ص<sup>٢</sup> + ٨ ص + ١٦

= (ص + ٤)<sup>٢</sup>

د) ١ - ١٠ ص + ٢٥ ص<sup>٢</sup>

= (١ - ٥ ص)<sup>٢</sup>

ج) ص<sup>٢</sup> + ١٦ ص + ٦٤

= (ص + ٨)<sup>٢</sup>

مثال (٢) :

حلّل تحليلًا تامًّا : ٢٠ ص<sup>٢</sup> - ٢٠ ص + ٥

الحل :

٢٠ ص<sup>٢</sup> - ٢٠ ص + ٥

= ٥ (٤ ص<sup>٢</sup> - ٤ ص + ١)

= ٥ (٢ ص - ١)<sup>٢</sup>

(بأخذ العامل المشترك)



تدرّب (٣) :

حلّ كلاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

<p>ب) <math>٤ ب^٣ ج - ٨ ب^٢ ج^٢ + ٤ ب ج^٣</math></p> <p><math>(٤ ب^٢ ج + ٤ ب ج^٢) - ٨ ب ج</math></p> <p><math>= ٤ ب ج (ب + ج) - ٨ ب ج</math></p>	<p>أ) <math>٩ س^٣ - ٦ س^٢ ص + س ص^٢</math></p> <p><math>= (٩ س^٢ س - ٦ س ص + ص^٢ س)</math></p> <p><math>= س (٩ س - ٦ ص + ص)</math></p>
--	--

مثال (٣) :

أوجد قيمة ج التي تجعل الحدودية الثلاثية التالية مربعاً كاملاً :

$$٩ س^٢ + ج س ص + ٤٩ ص^٢$$

الحل :

الجذر التربيعي الموجب للحدّ الأوّل = ٣ س ،

الجذر التربيعي الموجب للحدّ الثالث = ٧ ص ،

الحدّ الأوسط =  $± ٢ × ٣ س × ٧ ص$

ج س ص =  $± ٤٢ س ص$

∴ ج = ٤٢ أو ج = -٤٢

تدرّب (٤) :

وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة ما يلي :

$$١٠١ = (١٠٠ + .....١.....)^٢$$

$$= (١٠٠)^٢ + .....١..... × ١٠٠ × ٢ + (.....١.....)^٢$$

$$= ١٠٠٠٠ + .....١..... + .....١..... = ١٠١٠٠$$



## تمرّن :

١ أي من الحدوديات التالية تمثّل مربعاً كاملاً؟

أ)  $س^2 + ٢سص + ص^2$

تمثّل مربعاً كاملاً

$(س + ص)^2 = س^2 + ٢سص + ص^2$

ب)  $ع^2 - ٤ع - ٤$

لا تمثّل مربعاً كاملاً

\* لظهور الإشارة سالبة

ج)  $١ + ١٠س + ٢٥س^2$

تمثّل مربعاً كاملاً

$(١ + ٥س)^2 = ١ + ١٠س + ٢٥س^2$

د)  $١٦ + ١٢ب + ٩ب^2$

ليست مربعاً كاملاً

$(٤ + ٣ب)^2 = ١٦ + ٢٤ب + ٩ب^2$

٢ حلّل كلّ ممّا يلي تحليلاً تاماً :

أ)  $ص^2 - ٢ص + ١$

$(ص - ١)^2$

ب)  $١ + ٦ب + ٩ب^2$

$(١ + ٣ب)^2$

ج)  $س^3 - ٤س^2 + ٤س$

$= س(س^2 - ٤س + ٤)$

$= س(س - ٢)^2$

د)  $١٢١ + ٢٢س + ١٢١س^2$

$(١١ + ١١س)^2$

هـ)  $س^3 - ٦س^2 + ٩س$

$= س(س^2 - ٦س + ٩)$

$= س(س - ٣)^2$

و)  $١٢س^2 + ٣٦سص + ٢٧ص^2$

$= ٣(٤س^2 + ١٢سص + ٩ص^2)$

$= ٣(٢س + ٣ص)^2$





٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة كلٍّ مما يلي :

ب (٥٩)<sup>٢</sup>

$$(١٠٠ - ٤١)^٢ =$$

$$١٠٠٠٠ + ١٦٨١ - ٨٤٠٠ =$$

$$٣٤٨١ =$$

طريقة أخرى (٥٩)<sup>٢</sup> = (٥٠ + ٩)<sup>٢</sup>

$$٣٤٨١ = ٢٥٠٠ + ٩٠٠ + ٨١ =$$

أ (١٠٣)<sup>٢</sup>

$$(١٠٠ + ٣)^٢ =$$

$$١٠٠٠٠ + ٦٠٠ + ٩ =$$

$$١٠٦٠٩ =$$

٤ أوجد قيمة ج التي تجعل كلاً من الحدوديات الثلاثية التالية مربعاً كاملاً :

أ س<sup>٢</sup> + ج س + ٨١ المربع

الجزء التربيعي  $\times$  للعدد الأول س

الجزء التربيعي  $\times$  للعدد الثالث ٩

الحد الأوسط =  $\pm$  ١٨ س

س =  $\pm$  ١٨ س

س = ١٨ أو س = -١٨

ب س<sup>٢</sup> - ج س + ٩ ص

الجزء التربيعي الموجب لـ ٩ هو ٣ س

الجزء التربيعي الموجب لـ ٩ هو ٣ س

الحد الأوسط =  $\pm$  ٣ س

س = ٣ أو س = -٣

٥ يُراد بناء مصنع على قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها :

(س<sup>٢</sup> + ٢٠ س + ١٠٠) وحدة مربعة . فما طول ضلعها بدلالة س ؟

طول ضلعها (س + ١٠) وحدة طول

## تحليل الحدودية الثلاثية : $s^2 + bs + c$ Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

٣-٢

سوف تتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة :  $s^2 + bs + c$  .

نشاط :

العبارات والمفردات :  
حدودية ثلاثية  
Trinomial

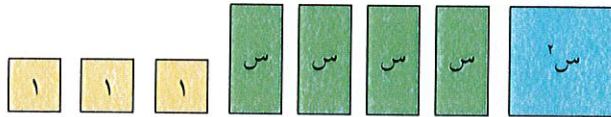
حلل الحدودية التالية تحليلاً تاماً بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$s^2 + 4s + 3$$

أولاً : الطريقة العملية :

الخطوة الأولى :

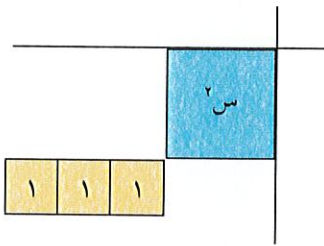
مثل الحدودية  $s^2 + 4s + 3$  ببطاقات الجبر كما يلي :



اللوازم :

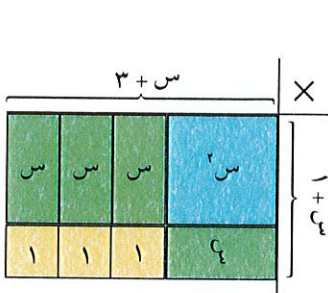
بطاقات الجبر	
$s \times s$	$s^2$
$s \times 1$	$s$
$1 \times 1$	$1$

الخطوة الثانية :



صعِ البطاقة  $s^2$  في زاوية رقعة الضرب ، ورتب بطاقات  $1$  . بما أن  $3$  عدد أولي ، فإنه يمكن ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة  $3 \times 1$  كما في الشكل .

الخطوة الثالثة :



أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات  $s$

فيكون بذلك طول المستطيل  $(s + 3)$

وعرض المستطيل  $(s + 1)$

∴ مساحة المستطيل  $= (s + 3)(s + 1)$

∴  $s^2 + 4s + 3 = (s + 3)(s + 1)$



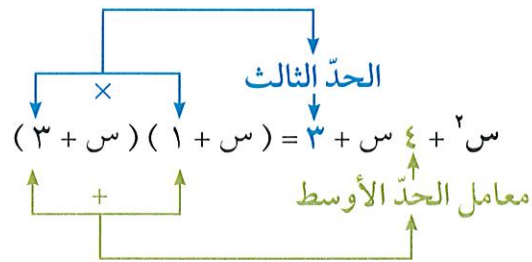
ثانيًا : الطريقة الجبرية :

لتحليل الحدودية الثلاثية  $س^2 + ٤س + ٣$  إلى حاصل ضرب عاملين  
نبحث عن عددين يكون :

حاصل ضربهما ٣ الحد الثالث

ناتج جمعهما ٤ معامل الحد الأوسط

كما في الشكل التالي :



لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة  $س^2 + بس + ج$  إلى عواملها ،  
إبحث عن عددين م ، ن حيث  $ب = م + ن$  ،  $ج = م ن$   
فيكون  $س^2 + بس + ج = (س + م)(س + ن)$

مثال ( ١ ) :

حلّل تحليلًا تامًّا :  $س^2 + ٦س + ٥$

الحل :

$$س^2 + ٦س + ٥ = (س + ٥)(س + ١)$$

نبحث عن عددين حاصل  
ضربهما ٥ وناتج جمعهما ٦

تدرّب (١) :

حلّل كلّ مما يلي تحليلًا تامًّا :

ب)  $س^2 - ٩س + ١٨$

$$= (س - ٦)(س - ٣)$$

أ)  $ص^2 + ٨ص + ٧$

$$= (ص + ٧)(ص + ١)$$

مثال ( ٢ ) :

حلّل تحليلًا تامًّا :  $٢ - پ + پ^2$

الحل :

$$(١ - پ)(٢ + پ) = ٢ - پ + پ^2$$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما  
(٢-) وناتج جمعهما (١+)



تدرّب (٢) :

حلّل كلّاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ)  $s^2 + 2s - 3 =$

$(s-1)(s+3) =$

ب)  $s^2 - 5s + 14 =$

$(s-2)(s-7) =$

تدرّب (٣) :

حلّل كلّاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ)  $5s^2 + 15s - 20 =$

$5(s-2)(s+4) =$

ب)  $s^2 - 7s + 12 =$

$(s-3)(s-4) =$

$(s-3)(s-4) =$

$5(s-2)(s+4) =$

### فكر وناقش

أعط ثلاث قيم مختلفة لـ ج في الحدودية :

$s^2 + 3s - 3$  جـ بحيث يمكن تحليلها إلى حاصل ضرب عاملين .

تدرّب (٤) :

حلّل الحدوديات الثلاثية التالية تحليلاً تامّاً :

أ)  $s^2 - 6s - 7 =$

$(s-7)(s+1) =$

ب)  $s^3 + 12s^2 + 32s =$

$s(s+4)(s+8) =$

$s(s+4)(s+8) =$

ج)  $s^2 - 20s + 100 =$

$(s-10)(s-10) =$

د)  $s^2 + 7s - 18 =$

$(s-2)(s+9) =$

### فكر وناقش

تقول منار: إنّ تحليل الحدودية  $s^2 + 4s - 21$  هو  $(s-3)(s+7)$

بينما تقول سلمى: إنّ تحليلها هو  $(s+3)(s-7)$ .

أيهما على صواب؟ فسّر إجابتك.



## تمرّن :

١ أكمل بوضع (+) أو (-) في كلّ ممّا يلي :

أ)  $س^2 + ٥س + ٦ = (س + ٢)(س + ٣)$

ب)  $س^2 - ١٢س = (س - ٣)(س - ٤)$

٢ حلّل كلّ ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ)  $س^2 + ٣س + ٢$

$(س + ٢)(س + ١)$

ب)  $س^2 - ٧س + ١٠$

$(س - ٥)(س - ٢)$

ج)  $ص^2 + ص - ٢٠$

$(ص + ٥)(ص - ٤)$

د)  $س^2 - ٥س - ٦$

$(س - ٦)(س + ١)$

هـ)  $س^2 - ٥٦س$

$(س - ٦)(س - ٩)$

و)  $س^2 + ٧س - ٤٤$

$(س + ١١)(س - ٤)$

ز)  $ب^2 - ١٠ب + ١٦$

$(ب - ٢)(ب - ٨)$

ح)  $م^2 + ١٥م + ٥٤$

$(م + ٦)(م + ٩)$

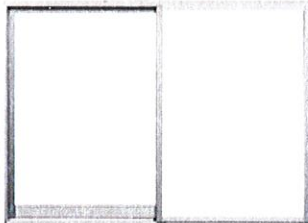
ط)  $ص^3 - ١٧ص^2 + ٣٠ص$

$ص(ص - ١٧)(ص + ٣)$

ي)  $٢س^2 + ٢س + ٤$

$٢(س + ١)(س + ٢)$

$ص(ص - ١٥)(ص + ١)$



٣ ينتج مصنع للألومنيوم نوافذ مختلفة الأشكال ،

إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة

سطحها الأمامي يساوي  $(س^2 + ٩س + ٢٠)$  وحدة

مربعة . أوجد بعدي السطح الأمامي للنافذة بدلالة س .

$(س + ٩)(س + ٢) = (س + ٥)(س + ٤)$

الابعاد  $(س + ٥)$  و  $(س + ٤)$  وحدة طول

## تحليل الحدودية الثلاثية : $٢س + ب + ج$ Factorising Trinomials : $a x^2 + b x + c$

٤-٢



سوف تتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة :  $٢س + ب + ج$  ، حيث  $٢ \neq ١$  .



حلّل الحدودية التالية تحليلاً تاماً بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$٢س^٢ + ٥س + ٣$$

أولاً : الطريقة العملية :

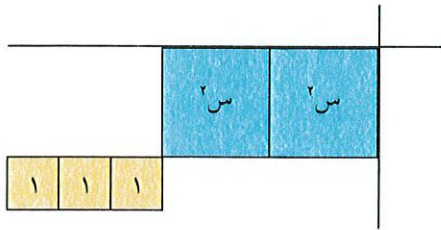
الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي :



الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقات  $س^٢$  ،  
كذلك ضع بطاقات  $١$  على شكل مصفوفة  
بما أن ٣ عدد أولي ، فإنه يمكن ترتيب  
البطاقات الثلاث بمصفوفة  $٣ \times ١$   
كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

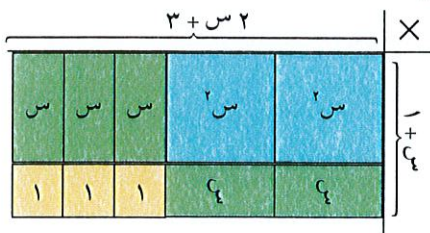
أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات  $س$  ،

فلاحظ أن : طول المستطيل =  $٢س + ٣$

وعرض المستطيل =  $١ + س$

∴ مساحة المستطيل =  $(١ + س)(٣ + ٢س)$

∴  $٢س^٢ + ٥س + ٣ = (١ + س)(٣ + ٢س)$





### ثانياً : الطريقة الجبرية :

لتحليل الحدودية الثلاثية  $٢س^٢ + ٥س + ٣$  إلى حاصل ضرب عاملين  
نتبع ما يلي :

الحدّ الأول :  $٢س^٢$

الحدّ الأوسط :  $٥س$  (موجب)

الحدّ الثالث :  $٣$  (موجب)

بما أنّ الحدّ الثالث موجب والحدّ الأوسط موجب ، نستبعد العوامل السالبة .

∴ عوامل الحدّ الأول  $٢س^٢$  هي  $٢س$  ،  $س$

عوامل الحدّ الثالث  $٣$  هي  $٣$  ،  $١$

### المحاولة الأولى :

$$\begin{array}{c} \text{س} \\ \swarrow \quad \searrow \\ (٣ + \text{س}) \quad (١ + ٢س) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{س} \end{array}$$

$$\text{س} + ٦س = ٧س \neq \text{الحدّ الأوسط}$$

### المحاولة الثانية : (تبدیل أماكن عوامل الحدّ الثالث)

$$\begin{array}{c} \text{س}^٣ \\ \swarrow \quad \searrow \\ (١ + \text{س}) \quad (٣ + ٢س) \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{س}^٢ \end{array}$$

$$\text{س}^٣ + ٥س = ٥س = \text{الحدّ الأوسط}$$

$$\therefore ٢س^٢ + ٥س + ٣ = (١ + \text{س})(٣ + ٢س)$$

**مثال :**

حلّل تحليلًا تامًّا :  $٥س^٢ + ٧س + ٢$

**الحل :**

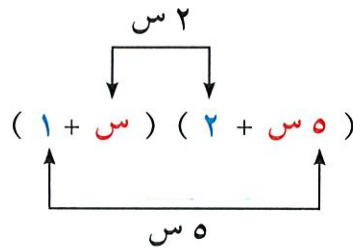
عوامل الحد الأول هي  $٥س$  ،  $س$

الحدّ الأوّل :  $٥س^٢$

الحدّ الأوسط :  $٧س$  (موجب)

عوامل الحد الثالث هي  $٢$  ،  $١$

الحدّ الثالث :  $٢$  (موجب)



$$\text{الحدّ الأوسط} = ٧س = ٥س + ٢س$$

$$\therefore ٥س^٢ + ٧س + ٢ = (٥س + ٢)(١ + س)$$

بعد إجراء التحليل  
تحقق من صحته .

**تدرّب (١) :**

حلّل تحليلًا تامًّا كلًّا ممّا يلي :

أ  $٥س^٢ + ٨س + ٣ = (٥س + ٣)(س + ١)$

ب  $٤س^٢ - ٤س - ٣ = (٤س + ٣)(س - ١)$

ج  $٣س^٢ + ٧س - ٦ = (٣س - ٢)(س + ٣)$

د  $٦س^٢ - ١٩س + ١٠ = (٦س - ٥)(س - ٢)$

**فكر وناقش**

أوجد قيمتين للمعامل  $ك$  تسمحان بتحليل الحدودية :

$$٤س^٢ + كس + ١٠$$





تدرّب (٢) :

حلّ تحليلًا تامًّا كلّ مما يلي :

- أ)  $٢ه٢ + ٣ه٣ - ٥ = (٥ + ه٣)(١ - ه٣)$
- ب)  $٧ك٢ - ١١ل١ - ٦ل٢ = (٧ك + ١١ل)(١ - ل)$
- ج)  $٤٢ص٢ + ٣٢ص + ٦ = (٣ص + ١٦ص + ١)(٣ + ص)$
- د)  $١٣ع٢ + ٥ع٢ - ٨ع = (١٣ع + ٥ع + ١)(١ - ع)$

تمرّن :

حلّ تحليلًا تامًّا كلّ مما يلي :

- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| ١) $٢ن٢ + ١٥ن + ٧$   | ٢) $١١ل٢ - ١٢ل + ١$   |
| $(٧ + ن)(١ + ن)$     | $(١ - ل)(١ - ١١ل)$    |
| ٣) $٢ك٢ - ١١ك - ٢١$  | ٤) $٨ص٢ + ١٠ص - ٣ل٢$  |
| $(٣ + ك)(١ - ك)$     | $(٣ + ص)(١ - ل)$      |
| ٥) $٢٥س٢ + ١٠س - ١٥$ | ٦) $٤س٢ - ١٠س - ٥ص٢$  |
| $(٥س + ١٠)(١ - س)$   | $(٤س + ٥ص)(١ - س)$    |
| ٧) $٢١ف٢ - ٧٠ف + ٤٩$ | ٨) $٤ه٣ + ١٢ه٢ + ٩ه١$ |
| $(٧ف + ١٤)(١ - ف)$   | $(٤ه٣ + ١٢ه٢ + ٩ه١)$  |



## تحليل الحدودية الرباعية Factorising Quartic Polynomial

٥-٢



سوف تتعلم : تحليل الحدودية الرباعية .

العبارات والمفردات :

حدودية رباعية

Quartic  
Polynomial

نشاط

أوجد ناتج :

$$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = (x + a)(x + b)(x + c)(x + d) =$$

تسمى الحدودية الناتجة **حدودية رباعية** .

قامت كل من سارة وشهد بتحليل الحدودية بطريقتين مختلفتين :

طريقة شهد

$$\begin{aligned} x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s &= (x + a)(x + b)(x + c)(x + d) \\ &= (x^2 + ax + ab)(x^2 + cx + cd) \\ &= (x^2 + ax + ab)(x^2 + cx + cd) \\ &= (x^2 + ax + ab)(x^2 + cx + cd) \\ &= (x^2 + ax + ab)(x^2 + cx + cd) \end{aligned}$$

طريقة سارة

$$\begin{aligned} x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s &= (x + a)(x + b)(x + c)(x + d) \\ &= (x^2 + ax + ab)(x^2 + cx + cd) \\ &= (x^2 + ax + ab)(x^2 + cx + cd) \\ &= (x^2 + ax + ab)(x^2 + cx + cd) \\ &= (x^2 + ax + ab)(x^2 + cx + cd) \end{aligned}$$

في كلتا الطريقتين حصلنا على الناتج نفسه .

**مثال ( ١ ) :**

حلّل الحدودية التالية تحليلًا تامًّا :

$$x^4 + 7x^3 + 14x^2 + 7x + 1$$

**الحل :**

$$\begin{aligned} x^4 + 7x^3 + 14x^2 + 7x + 1 &= (x^2 + 3x + 1)(x^2 + 4x + 1) \\ &= (x^2 + 3x + 1)(x^2 + 4x + 1) \\ &= (x^2 + 3x + 1)(x^2 + 4x + 1) \\ &= (x^2 + 3x + 1)(x^2 + 4x + 1) \end{aligned}$$

(جزىء)

(بأخذ العامل المشترك)

(بأخذ العامل المشترك)



تدرّب (١) :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ)  $s^2h - s^2d + s^2h - s^2d$   
 $(s^2h - s^2d) + (s^2h - s^2d) =$   
 $s^2(h - d) + s^2(h - d) =$   
 $s^2(h - d)(s + s) =$

ب)  $2s + 2j + sj + sj$

$(2s + sj) + (2j + sj) =$   
 $s(2 + j) + j(2 + s) =$   
 $(s + j)(2 + s) =$

مثال (٢) :

حلّل تحليلًا تامًّا :

$s^3 - s^2 + 2s + 6$

الحل :

$(s^3 - s^2) + (2s + 6) = s^2(s - 1) + 2(s + 3) =$   
 $s^2(s - 1) + 2(s + 3) =$   
 $(s - 1)(s^2 + 2) =$

تدرّب (٢) :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ)  $s^3 - s^2 + 3s + 3$

$(s^3 - s^2) + (3s + 3) = s^2(s - 1) + 3(s + 1) =$   
 $s^2(s - 1) + 3(s + 1) =$   
 $(s - 1)(s^2 + 3) =$

تذكّر أنّ :

(س - ص)

== (ص - س)



ب)  $20s^2 + 10s - 4 - 22$

$2 = (10s^2 + 10s - 4) - (22)$

$= [ (10s^2 + 10s - 4) ] - [ 22 ]$

$= [ (10s^2 + 10s) - 4 ] - [ 22 ]$

$= [ (10s^2 + 10s) ] - [ 4 + 22 ]$

مثال (3):

حلل تحليلًا تامًا:

$2s^3 - 2s^2 - s + 2$

الحل:

$2s^3 - 2s^2 - s + 2 = (2s^3 - 2s^2) + (-s + 2)$

$= 2s^2(s - 1) - (s - 2)$

$= (s - 1)(2s^2 + 2s - 2)$

$= (s - 1)(s + 1)(2s - 2)$

تدرّب (3):

حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا:

أ)  $3s^3 - 3s^2 - 4s + 12$

$3s^3 - 3s^2 - 4s + 12 = (3s^3 - 3s^2) + (-4s + 12)$

$= 3s^2(s - 1) - 4(s - 3)$

$= (s - 1)(3s^2 + 3s - 3) - 4(s - 3)$

$= (s - 1)(3s^2 + 3s - 3 - 4s + 12)$

ب)  $4s^3 + 4s^2 - 9 - 36$

$4s^3 + 4s^2 - 9 - 36 = (4s^3 + 4s^2) + (-9 - 36)$

$= 4s^2(s + 1) - 45$

$= (s + 1)(4s^2 + 4s - 45)$

$= (s + 1)(4s^2 + 13s - 45)$



## تمرّن :

حلّل كلّاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

١)  $س ل - م ص + ل ص - م ص$

$$= (س ل - م ص) + (ل ص - م ص)$$

$$= ص (س ل - م) + (ل - م) ص$$

$$= (س ل - م) (ص + ل - م)$$

٢)  $س ٢ + ٢ س ب + ص ٢ + ب ص$

$$= (س ٢ + ٢ س ب + ب ٢) + (ص ٢ + ب ص)$$

$$= (س + ب) (س + ب) + (ص + ب) (ص + ب)$$

$$= (س + ب) (ص + ب) (س + ب)$$

٣)  $س ٤ + ٢ س ٢ + ٨ س ب + ٤ ب ٢$

$$= (س ٤ + ٢ س ٢ + س ب + س ب + ٤ ب ٢)$$

$$= [س ٤ + ٢ س ٢ + (س ب + س ب) + ٤ ب ٢]$$

$$= [س ٤ + ٢ س ٢ + ٢ س ب + ٤ ب ٢]$$

$$= (س ٢ + ٢ س ب + ٤ ب ٢) (س + ب)$$

٤)  $س ٦ - ٨ س ص - ٣ س ب + ٤ ب ص$

$$= (س ٦ - ٨ س ص + ٤ ب ص) - (٣ س ب)$$

$$= (س ٦ - ٨ س ص + ٤ ب ص) - (٣ س ب)$$

$$= (س ٦ - ٨ س ص + ٤ ب ص) (س - ب)$$

٥)  $س ٣ - ٢ س ٢ - ٩ س + ١٨$

$$= (س ٣ - ٢ س ٢ - ٩ س + ١٨)$$

$$= (س ٣ - ٢ س ٢ - ٩ س + ١٨)$$

$$= (س - ٩) (س - ٢) (س + ٣)$$

$$= (س - ٩) (س - ٢) (س + ٣)$$

٦)  $س ٣ + ٢ س ٢ - ٢٥ س - ٥٠$

$$= (س ٣ + ٢ س ٢ - ٢٥ س - ٥٠)$$

$$= (س ٣ + ٢ س ٢ - ٢٥ س - ٥٠)$$

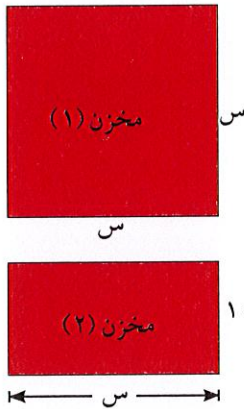
$$= (س ٣ + ٢ س ٢ - ٢٥ س - ٥٠)$$

$$= (س ٣ + ٢ س ٢ - ٢٥ س - ٥٠)$$

## حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد Solving Second Degree Equation in One Variable

٦-٢

سوف تتعلم: حل المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد على الصورة العامة:  
 $اس^٢ + بس + ج = ٠$



### نشاط:

صمّم مصنع لموادّ البناء مرفق له مخزانان، أحدهما أرضيته مربعة الشكل والآخر أرضيته مستطيلة الشكل.

- أكتب مساحة أرضية المخزن (١) بدلالة س:  $س^٢$
- أكتب مساحة أرضية المخزن (٢) بدلالة س:  $١٠س$
- أوجد قيم س التي تجعل مجموع المساحتين يساوي ١٢٠٠ وحدة مربعة؟ لإيجاد قيم س:

• نكتب المعادلة:  $س^٢ + ١٠س = ١٢٠٠$

• نضع المعادلة في صورة  $اس^٢ + بس + ج = ٠$

$$س^٢ + ١٠س - ١٢٠٠ = ٠$$

• نحلل بطريقة مناسبة لإيجاد قيم س:

$$(س + ٤٠) (س - ٣٠) = ٠$$

• نوجد قيم س إما  $س + ٤٠ = ٠$   $\Rightarrow$   $س = -٤٠$

أو  $س - ٣٠ = ٠$   $\Rightarrow$   $س = ٣٠$

### خاصية الضرب الصفري

لكل  $ا, ب$  عدنان حقيقيان، إذا كان  $ا \times ب = ٠$  فإن  $ا = ٠$  أو  $ب = ٠$

**مثال:**

أوجد مجموعة حل المعادلة:  $(س + ٥) (س - ٦) = ٠$ ، حيث  $س \in ح$   
ثم تحقّق من صحّة الحلّ.

**الحل:**

$$(س + ٥) (س - ٦) = ٠$$

$$س + ٥ = ٠ \quad \text{أو} \quad س - ٦ = ٠$$

$$س = -٥ \quad \text{أو} \quad س = ٦$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{-٥, ٦\}$$

(إستخدِم خاصية الضرب الصفري)

### العبارات والمفردات:

معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد  
Second Degree Equation with One Variable  
حلّ معادلة  
Solving an Equation

### ملاحظة:

المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد تُسمّى المعادلة التربيعية.

### تذكّر أنّ:

حلّ المعادلة يعني إيجاد قيم المتغير التي تحقّق المعادلة.



تحقق :

عوّض عن س بالعدد ٦

$$٠ \stackrel{?}{=} (٦ - ٦)(٥ + ٦)$$

$$٠ \stackrel{?}{=} ٠ \times ١١$$

$$\checkmark ٠ = ٠$$

عوّض عن س بالعدد ٥ -

$$٠ \stackrel{?}{=} (٦ - ٥ -)(٥ + ٥ -)$$

$$٠ \stackrel{?}{=} ١١ - \times ٠$$

$$\checkmark ٠ = ٠$$

عند حل المعادلة التربيعية سنعتبر قيم المتغير تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ما لم يذكر غير ذلك.

تدرّب (١)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

أ)  $٠ = ٥ - ٢ص$

ص = (..... - .....)

$٠ = .....ص$  أو  $٠ = .....ص$

$٥ = .....ص$

∴ مجموعة الحل = {....., .....}

ب)  $٩ = ٢س$

س =  $٩ - ٢$  = .....

$٠ = (..... - .....)(..... + .....)$

$..... = ..... + .....س$  أو  $..... = .....س$

$..... = .....س$  .....  $..... = .....س$

∴ مجموعة الحل = {....., .....}

تدرّب (٢)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

أ)  $٠ = ٥ + ٦ص - ٢$

$٠ = (..... - .....)(..... - .....)$

إما  $..... = .....ص$  أو  $..... = .....ص$

$..... = .....ص$  .....  $..... = .....ص$

مجموعة الحل = {....., .....}

ب)  $٣٥ = ٢س + ٣٥$

$..... = .....س - .....س$

$..... = (..... + .....س)(..... - .....س)$

إما  $..... = .....س$  أو  $..... = .....س$

$..... = .....س$  .....  $..... = .....س$

مجموعة الحل = {....., .....}

تذكّر أنّ :

لحل معادلة تربيعية :

(١) ضّع المعادلة في

الصورة العامة .

(٢) حلّل .

(٣) استخِدم خاصية

الضرب الصفري .



تدرّب (٣) :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة :  $٦ص^٢ + ٩ص = ٢ص^٢ + ٥$

$$٦ص^٢ + ٩ص - ٢ص^٢ - ٥ = ٠$$

$$٤ص^٢ + ٩ص - ٥ = ٠$$

$$٠ = (٤ص + ٥)(ص - ١)$$

$$٠ = ٤ص + ٥ \quad \text{أو} \quad ٠ = ص - ١$$

$$ص = -\frac{٥}{٤} \quad \text{أو} \quad ص = ١$$

$$ص = \frac{١}{٥}$$

$$ص = \frac{١}{٥}$$

مجموعة الحل =  $\left\{ -\frac{٥}{٤}, \frac{١}{٥} \right\}$

تدرّب (٤) :

أوجد مجموعة حلّ كلٍّ من المعادلات التالية :

ب)  $١٤٤ = (٢ + س)^٢$

$$٠ = ١٤٤ - (س + ٢)^٢$$

$$٠ = (١٢ - (س + ٢))(١٢ + (س + ٢))$$

$$٠ = (١٢ - س - ٢)(١٢ + س + ٢)$$

$$٠ = ١٠ - س \quad \text{أو} \quad ٠ = ١٤ + س$$

$$س = ١٠ \quad \text{أو} \quad س = -١٤$$

مجموعة الحل =  $\{ ١٠, -١٤ \}$

أ)  $٧ = (٦ - ع)^٢$

$$٠ = ٧ - (٦ - ع)^٢$$

$$٠ = (١ - ع)(٧ + ع)$$

$$٠ = ١ - ع \quad \text{أو} \quad ٠ = ٧ + ع$$

$$ع = ١ \quad \text{أو} \quad ع = -٧$$

مجموعة الحل =  $\{ ١, -٧ \}$

تدرّب (٥) :

ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربّعه عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ ؟

نقرض ان العدد هو س

$$س^٢ - ٤س = ٥$$

$$س^٢ - ٤س - ٥ = ٠$$

$$٠ = (س - ٥)(س + ١)$$

$$٠ = س - ٥ \quad \text{أو} \quad ٠ = س + ١$$

$$س = ٥ \quad \text{أو} \quad س = -١$$

مجموعة الحل =  $\{ ٥, -١ \}$

تذكّر أنّ :

بفرض أنّ س عدد حقيقي ، فإنّ :  
ضعفه هو ٢س  
مربّعه هو س<sup>٢</sup>  
ثلاثة أمثاله هو ٣س





فكر وناقش

ما مجموعة حل المعادلة  $x^2 + 1 = 0$  ؟

تمرّن :

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

ب)  $x^2 - 36 = 0$

$(x-6)(x+6) = 0$   
 إما  $x-6=0$  أو  $x+6=0$   
 $x=6$  أو  $x=-6$   
 مجموعة الحل =  $\{6, -6\}$

أ)  $(x-3)(x+2) = 0$

إما  $x-3=0$  أو  $x+2=0$   
 $x=3$  أو  $x=-2$   
 مجموعة الحل =  $\{3, -2\}$

د)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

$(x-3)(x-3) = 0$   
 $x-3=0$   
 $x=3$   
 مجموعة الحل =  $\{3\}$

ج)  $x^2 - 10x + 11 = 0$

$(x-1)(x-11) = 0$   
 إما  $x-1=0$  أو  $x-11=0$   
 $x=1$  أو  $x=11$   
 مجموعة الحل =  $\{1, 11\}$

و)  $x^2 - 7x = 0$

$x(x-7) = 0$   
 $x=0$  أو  $x-7=0$   
 $x=0$  أو  $x=7$   
 مجموعة الحل =  $\{0, 7\}$

هـ)  $x^2 + 7x + 12 = 0$

$(x+3)(x+4) = 0$   
 إما  $x+3=0$  أو  $x+4=0$   
 $x=-3$  أو  $x=-4$   
 مجموعة الحل =  $\{-3, -4\}$

ح)  $7x^2 - 12x - 8 = 0$

$(7x+8)(x-1) = 0$   
 إما  $7x+8=0$  أو  $x-1=0$   
 $x=-\frac{8}{7}$  أو  $x=1$   
 مجموعة الحل =  $\{-\frac{8}{7}, 1\}$

ز)  $3x^2 + x - 10 = 0$

$(3x-5)(x+2) = 0$   
 إما  $3x-5=0$  أو  $x+2=0$   
 $x=\frac{5}{3}$  أو  $x=-2$   
 مجموعة الحل =  $\{\frac{5}{3}, -2\}$



٢) س (س + ١) = ٢

$$\begin{aligned} \text{س}^2 + \text{س} - ٢ &= ٠ \\ (\text{س} + ٢)(\text{س} - ١) &= ٠ \\ \text{إما } \text{س} + ٢ = ٠ \text{ أو } \text{س} - ١ &= ٠ \\ \text{س} = -٢ \text{ أو } \text{س} = ١ & \\ \text{مجموعة الحل} &= \{-٢, ١\} \end{aligned}$$

٣) ٢ ص ١٥ = ٢ ص ١٨ - ١٨

$$\begin{aligned} ٢٠\text{ص} - ١٨ &= ١٨ - ١٨ \\ ٢٠\text{ص} - ٣٦ &= ٠ \\ ٢٠\text{ص} - ٣٦ &= ٠ \text{ أو } ٢٠\text{ص} - ٣٦ = ٠ \\ ٢٠\text{ص} - ٣٦ &= ٠ \\ ٢٠\text{ص} - ٣٦ &= ٠ \\ \text{مجموعة الحل} &= \{١, ١, ١, ١, ١, ١, ١, ١, ١, ١\} \end{aligned}$$

٤) ٩ م ١٢ = ٩ م ٤ - ٤

$$\begin{aligned} ٩\text{م} - ٤ &= ٩\text{م} - ٤ \\ (٩\text{م} - ٤)(٩\text{م} - ٤) &= ٠ \\ ٩\text{م} - ٤ &= ٠ \\ ٩\text{م} - ٤ &= ٠ \\ \text{مجموعة الحل} &= \{٤, ٤, ٤, ٤, ٤, ٤, ٤, ٤, ٤, ٤\} \end{aligned}$$

٥) ٠ = ٤٩ - ٢(٣ + س)

$$\begin{aligned} ٠ &= ٤٩ - ٢(٣ + \text{س}) \\ ٠ &= ٤٩ - ٦ - ٢\text{س} \\ ٠ &= ٤٣ - ٢\text{س} \\ ٢\text{س} &= ٤٣ \\ \text{س} &= ٢١.٥ \\ \text{مجموعة الحل} &= \{٢١.٥, ٢١.٥, ٢١.٥, ٢١.٥, ٢١.٥, ٢١.٥, ٢١.٥, ٢١.٥, ٢١.٥, ٢١.٥\} \end{aligned}$$

٢) ينتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعب أبعاده :

٤ سم ، (٢ + س) سم ، (٢ + س) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم<sup>٣</sup> .  
أوجد قيمة س .

حجم شبه المكعب = الطول × العرض × الارتفاع

$$\frac{١٠٠}{٤} = (٢ + \text{س})(٢ + \text{س})$$

$$٢٥ = (٢ + \text{س})(٢ + \text{س})$$

$$٢٥ = ٤ + ٤\text{س} + \text{س}^2$$

$$\text{س}^2 + ٤\text{س} - ٢١ = ٠$$

$$\text{س} = ٣ \text{ أو } \text{س} = -٧$$

$$\text{إما } \text{س} + ٧ = ٠ \text{ أو } \text{س} - ٣ = ٠$$

$$\text{س} = ٣ \text{ أو } \text{س} = -٧$$



٣ مخزن أحد المصانع أرضيته مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ مترًا عن عرضها، وكانت مساحتها ٣٠٠ م<sup>٢</sup>. أوجد بعدي أرضية المخزن.



نفرض أن العرض = س م

الطول = (س + ٢٠) م

س (س + ٢٠) = ٣٠٠

س<sup>٢</sup> + ٢٠س = ٣٠٠

(س + ٣٠) (س - ١٠) = ٠

إما س + ٣٠ = ٠ أو س - ١٠ = ٠

س = -٣٠ مرجوحين س = ١٠

العرض = ١٠ م

الطول = ٣٠ م

٤ ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤ ؟

نفرض أن العدد هو س

س - س<sup>٢</sup> = ٤

س<sup>٢</sup> - س + ٤ = ٠

س<sup>٢</sup> - س + ٤ = ٠

(س - ٤) (س - ١) = ٠

إما س - ٤ = ٠ أو س - ١ = ٠

س = ٤ س = ١

إما العدد ٤ أو ١



مراجعة الوحدة الثانية  
Revision Unit Two

٧-٢

أولاً : التمارين المقالية

١ حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

ب  $٦٤ + س^٣$

$= (٤ + س) (١٦ - ٤س + س^٢)$

أ  $٦٤ + س^٢ + ١٦س$

$= (٨ + س)^٢$

د  $٦٣ - \frac{٢٧}{١٢٥} ل^٣$

$= (٣ - \frac{٣}{٥} ل) (٩ + \frac{٣}{٥} ل + \frac{٩}{٢٥} ل^٢)$

ج  $٣٢س^٣ - ٤$

$= ٤ (٨س^٣ - ١)$

$= ٤ (٢س - ١) (٤س^٢ + ٤س + ١)$

و  $١٨ - س^٢ - ٣س$

$= (٦ - س) (٣ + س)$

هـ  $٧ + س^٢ + ٨س$

$= (٧ + س) (١ + س)$

ح  $ص^٢ + ١١ص + ٢٨$

$= (ص + ٨) (ص + ١١)$

$= (ص + ٧) (ص + ٤)$

ز  $٢س^٢ - ١٤س + ٢٤$

$= (٢س - ٧) (س + ٤)$

$= (٢س - ٤) (س + ٦)$

ي  $٦ + س^٢ - ٧س$

$= (٦ - س) (١ + س)$

ظ  $٩ب^٢ - ١٠ب + ١$

$= (٩ب - ١) (ب + ١)$

ل  $١٢ل + ١١ل - م - ١٥م$

$= (٣ل - ٥م) (٤ل + ٣م)$

ك  $٦س^٢ + ٢١س - ١٢$

$= ٣ (٢س + ٧) (س - ٤)$

$= ٣ (س - ٤) (١ + س)$



ن ٩ س<sup>٢</sup> ص - ٥٤ س ص + ٨١ ص

$$9 = (9 + 6س) (9 - 6س)$$

$$9 = (3 - 3س) (3 + 3س)$$

$$9 = (3 - 3س) (3 + 3س)$$

م ٤ س<sup>٢</sup> + ٤ س + ١

$$4س^2 + 4س + 1 = (2س + 1)^2$$

ص س ص<sup>٢</sup> + ٢ س<sup>٢</sup> - ٣ ص<sup>٣</sup> - ٦ س ص

$$ص(ص^2 + 2س^2 - 3ص^3 - 6س) = (ص^2 + 2س^2 - 3ص^3 - 6س)ص$$

$$ص(ص^2 + 2س^2 - 3ص^3 - 6س) = (ص^2 + 2س^2 - 3ص^3 - 6س)ص$$

$$ص(ص^2 + 2س^2 - 3ص^3 - 6س) = (ص^2 + 2س^2 - 3ص^3 - 6س)ص$$

س س<sup>٣</sup> + ٢ س<sup>٢</sup> - س - ٢

$$س^3 + 2س^2 - س - 2 = (س^2 + 2س - 1)(س + 2)$$

$$س^3 + 2س^2 - س - 2 = (س^2 + 2س - 1)(س + 2)$$

$$س^3 + 2س^2 - س - 2 = (س^2 + 2س - 1)(س + 2)$$

٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

ب ص<sup>٢</sup> - ١١ = ١٤

$$ص^2 - 11 = 14$$

$$ص^2 - 11 - 14 = 0$$

$$ص^2 - 25 = 0$$

$$ص^2 - 5^2 = 0$$

$$ص = 5 \text{ أو } ص = -5$$

$$ص = 5 \text{ أو } ص = -5$$

$$\text{مجموعة الحل} = \{5, -5\}$$

أ س<sup>٢</sup> - ٦ س = ٠

$$س^2 - 6س = 0$$

$$س(س - 6) = 0$$

$$س = 0 \text{ أو } س = 6$$

$$س = 6$$

$$\text{مجموعة الحل} = \{0, 6\}$$

د ن<sup>٢</sup> + ١٢ ن + ٤ = ٠

$$ن^2 + 12ن + 4 = 0$$

$$ن^2 + 12ن + 4 = 0$$

$$ن^2 + 12ن + 4 = 0$$

$$ن = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 16}}{2}$$

$$ن = \frac{-12 \pm \sqrt{128}}{2}$$

$$\text{مجموعة الحل} = \left\{ \frac{-12 \pm \sqrt{128}}{2} \right\}$$

ج س<sup>٢</sup> - ٤ س = ٢١

$$س^2 - 4س = 21$$

$$س^2 - 4س - 21 = 0$$

$$س^2 - 4س - 21 = 0$$

$$س = 7 \text{ أو } س = -3$$

$$س = 7$$

$$\text{مجموعة الحل} = \{7, -3\}$$



و)  $9s^2 - 5s = 6s^2 - 3s + 5$

$9s^2 - 5s - 6s^2 + 3s - 5 = 0$

$3s^2 - 2s - 5 = 0$

$3s^2 - (1+s)(5-3s) = 0$

إما  $3s^2 - 5 = 0$  أو  $3s^2 - 1 = 0$

$3s^2 = 5$        $3s^2 = 1$

من  $3s^2 = 5$        $3s^2 = 1$

مجموعة الحل =  $\{ \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}} \}$

هـ)  $36 - (2-s)^2 = 0$

$0 = (7-(s-2))(7+(s-2))$

$0 = (9-s)(4+s)$

إما  $9-s = 0$  أو  $4+s = 0$

$9 = s$        $s = -4$

مجموعة الحل =  $\{ -4, 9 \}$

ح)  $3(2-s)^2 - 2s = 0$

$9s^2 - 12s + 12 - 2s = 0$

$9s^2 - 14s + 12 = 0$

$9s^2 - (12+2s)(1-s) = 0$

$9s^2 - (12-10s+2s^2) = 0$

إما  $9s^2 - 12 = 0$  أو  $9s^2 - 2s = 0$

$9s^2 = 12$        $9s^2 = 2s$

$3s = 2$

مجموعة الحل =  $\{ \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3} \}$

ز)  $3 = (2+s)s$

$3s^2 + 2s - 3 = 0$

$3s^2 - (3-2s)(1+s) = 0$

إما  $3s^2 - 3 = 0$  أو  $3s^2 - 1 = 0$

$3s^2 = 3$        $3s^2 = 1$

مجموعة الحل =  $\{ -1, 1, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \}$

٣) وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة:  $(61)^2$

$(61)^2 = (60+1)^2$

$= 60^2 + 120 + 1 =$

$3601 =$



## ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولاً : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

ب	<input checked="" type="radio"/>	١ $س^٣ - \frac{١}{٨} = (س - \frac{١}{٢})(س^٢ + \frac{١}{٢}س + \frac{١}{٤})$
ب	<input checked="" type="radio"/>	٢ إذا كانت $س - ص = ٥$ ، $س + ص = ١١$ ، فإن $س^٢ - ص^٢ = ٥٥$
<input checked="" type="radio"/>	أ	٣ $س^٢ + س + ١ = (س + ١)^٢$
<input checked="" type="radio"/>	أ	٤ مجموعة حلّ المعادلة $س^٢ + ٣س = ٠$ ، $س \in ح$ هي $\{٠, ٣\}$
<input checked="" type="radio"/>	أ	٥ $(س + ص)^٢ = س^٢ + ص^٢$
ب	<input checked="" type="radio"/>	٦ إذا كان $٤ص^٢ + ج - ص + ٩$ مربعًا كاملًا ، فإنّ إحدى قيم $ج$ هي $١٢$

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٧ إذا كانت  $٢ = ب^٢$  ،  $١٠ = ب^٢$  فإنّ  $(ب + ٢)(ب - ٢) =$

- أ  ٨-      ب  ٨      ج  ١٢      د  ٢٠

٨  $س(س - (٣ - س) - ٩) =$

- أ   $(س - ٣)(س + ٣)$       ب   $(س - ٣)^٢$   
ج   $(س - ٣)(س + ١)$       د   $(س + ٣)^٢$

٩ إذا كان  $٣ = م + ل$  ،  $٥١ = م^٣ + ل^٣$  ، فإنّ  $ل - م^٢ + م =$

- أ  ١٧      ب  ٤٨      ج  ٥٤      د  ١٥٣

١٠  $(س - ٣)^٢ - ١٦ =$

- أ   $(س - ٥)(س + ١١)$       ب   $(س + ٥)(س - ١١)$   
ج   $(س - ١)(س + ٧)$       د   $(س + ١)(س - ٧)$



١١ إذا كان  $2س^2 + م - 7 = (2س - 1)(س + 7)$ ، فإن  $م =$

- أ - ١٣      ب - ١٣      ج - ١٤      د - ١٥

١٢ مجموعة حلّ المعادلة  $س(س - 2) = 15$  في ح هي:

- أ {٣، -٥}      ب {٣، ٥}  
ج {٢، ٠}      د {٣، -٥}

١٣ ص<sup>٤</sup> + ٠,٢٧ص =

- أ ص(ص + ٠,٣)(ص<sup>٢</sup> + ٠,٣ + ص + ٠,٠٩)  
ب ص(ص - ٠,٣)(ص<sup>٢</sup> - ٠,٣ - ص - ٠,٠٩)  
ج ص(ص + ٠,٣)(ص<sup>٢</sup> - ٠,٣ - ص + ٠,٠٩)  
د ص(ص + ٠,٣)(ص<sup>٢</sup> - ٠,٦ - ص + ٠,٠٩)

١٤ قيمة ج التي تجعل الحدودية الثلاثية  $س^2 - 6س + ج$  مربعًا كاملاً هي:

- أ - ٩      ب ٣      ج ٩      د ٣٦

اختر من القائمة (٢) ما يناسب كل بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة.

القائمة (٢)	القائمة (١)
أ (٢ + س)(١ - ٣س)	١٥ $6س^2 - 11س + 4 =$ ج
ب ٣(٣س - ٢)(١ + س)	١٦ $6س^2 - 5س - 4 =$ د
ج (٣س - ٤)(١ - ٢س)	١٧ $9س^2 + 3س - 6 =$ ب
د (٣س - ٤)(١ + ٢س)	١٨ $س(س + 3) - 2 =$ د
هـ (٣س + ٤)(١ - ٢س)	

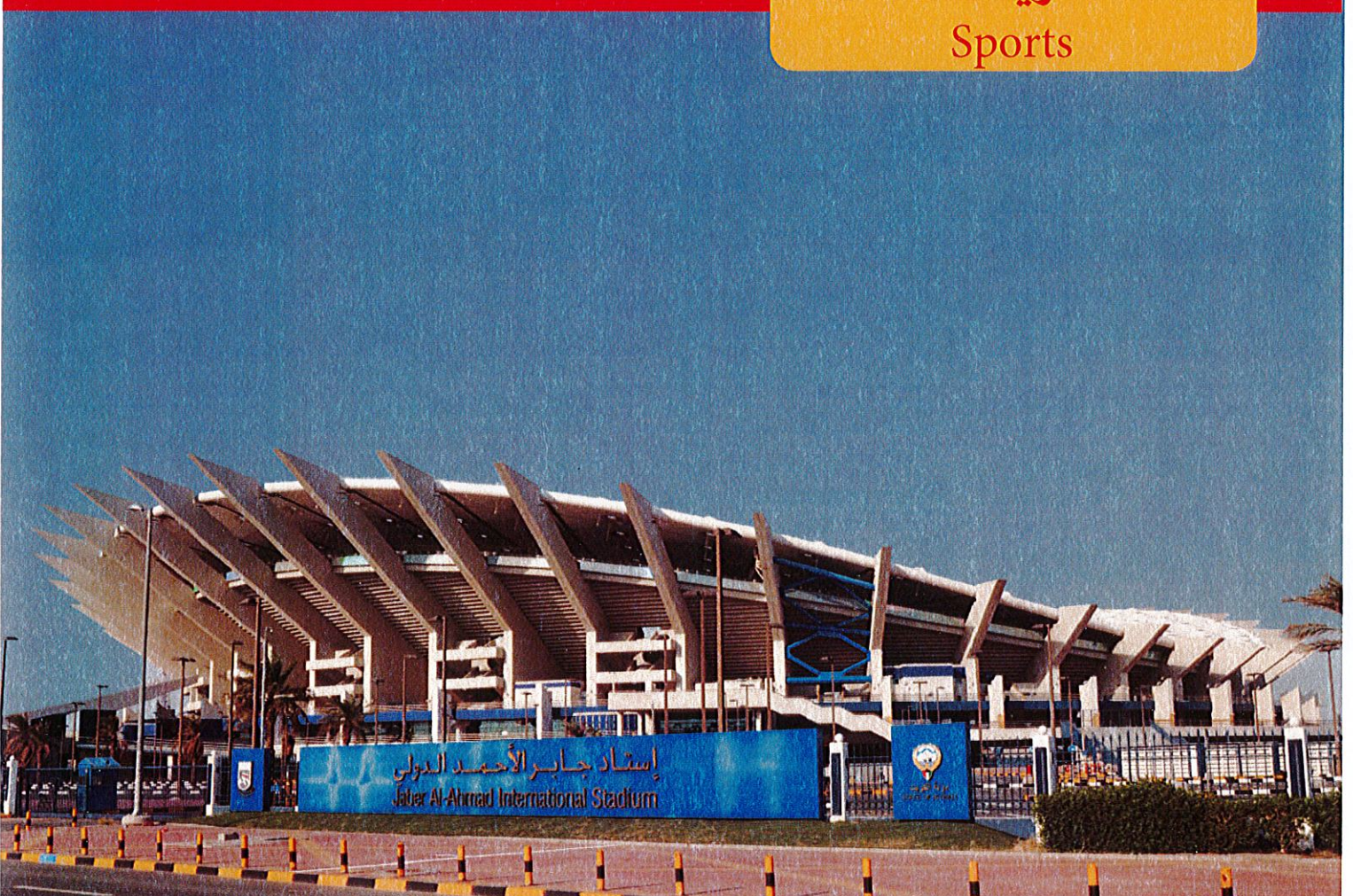




# الحدوديات النسبية Rational Expressions

# الوحدة الثالثة

الرياضة  
Sports



تهتمّ دولة الكويت بالنشء والشباب وتحرص على أن يمارسوا الرياضة في جوّ صحّي وتحت أيدي خبراء وتوفّر لهم الأماكن المناسبة لممارسة رياضاتهم المفضّلة، ومن هذه الأماكن إستاد جابر الأحمد الدولي وهو إستاد رياضي كويتي متعدّد الأغراض يقع في محافظة الفروانية جنوب مدينة الكويت. افتُتح الإستاد رسمياً في ١٨ ديسمبر ٢٠١٥ م، وتبلغ الطاقة الاستيعابية للإستاد حوالي ٦٠٠٠٠ متفرّج، ويُعتبَر أكبر إستاد رياضي في الكويت والسابع عربيّاً، والخامس والعشرين عالمياً من حيث السعة.

### مشروع الوحدة : ( القرية الأولمبية )



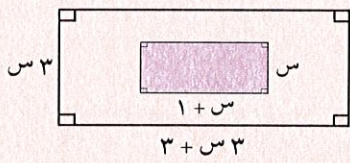
يتطلع الرياضيون في الكويت إلى بناء قرية أولمبية متكاملة تشمل جميع الألعاب سواء كانت جماعية أو فردية وهو ما سيعود بالنفع على الرياضة والرياضيين في الكويت .  
سوف نساهم في تصميم بعض المباني الداخلية للقرية الأولمبية .

#### خطّة العمل :

- المساهمة في تصميم قرية أولمبية بحساب أبعاد ومساحات وتكلفة بعض مرافق القرية الأولمبية .

#### خطوات تنفيذ المشروع :

- يقسّم المعلم المتعلّمين إلى مجموعات .
- لنفترض أنّه تمّ البدء بتحديد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها (س<sup>2</sup> - ٤) وحدة مربعة وأحد بعديها  $\frac{س^2 - س - ٢}{س + ١}$  وحدة طول ، أوجد البعد الآخر .
- إذا أردنا إنشاء ملعب لكرة القدم طوله  $\frac{٦٤٠٠٠}{س}$  م وعرضه  $\frac{س}{١٠}$  م ، فاحسب مساحته .



- يُراد إنشاء سور حول ملعب كرة القدم كما في الشكل .  
أكتب نسبة مساحة الملعب إلى المساحة الكلية داخل السور في أبسط صورة .

- إذا كانت تكلفة بناء فندق داخل المدينة الأولمبية تساوي  $\frac{٣س^2 + ٢س}{٢س + ٢}$  مليار دينار وتكلفة تأثيث هذا الفندق تساوي  $\frac{٣س^2 + ١س}{٤س + ٢}$  مليار دينار ، فأوجد التكلفة الشاملة لهذا الفندق .

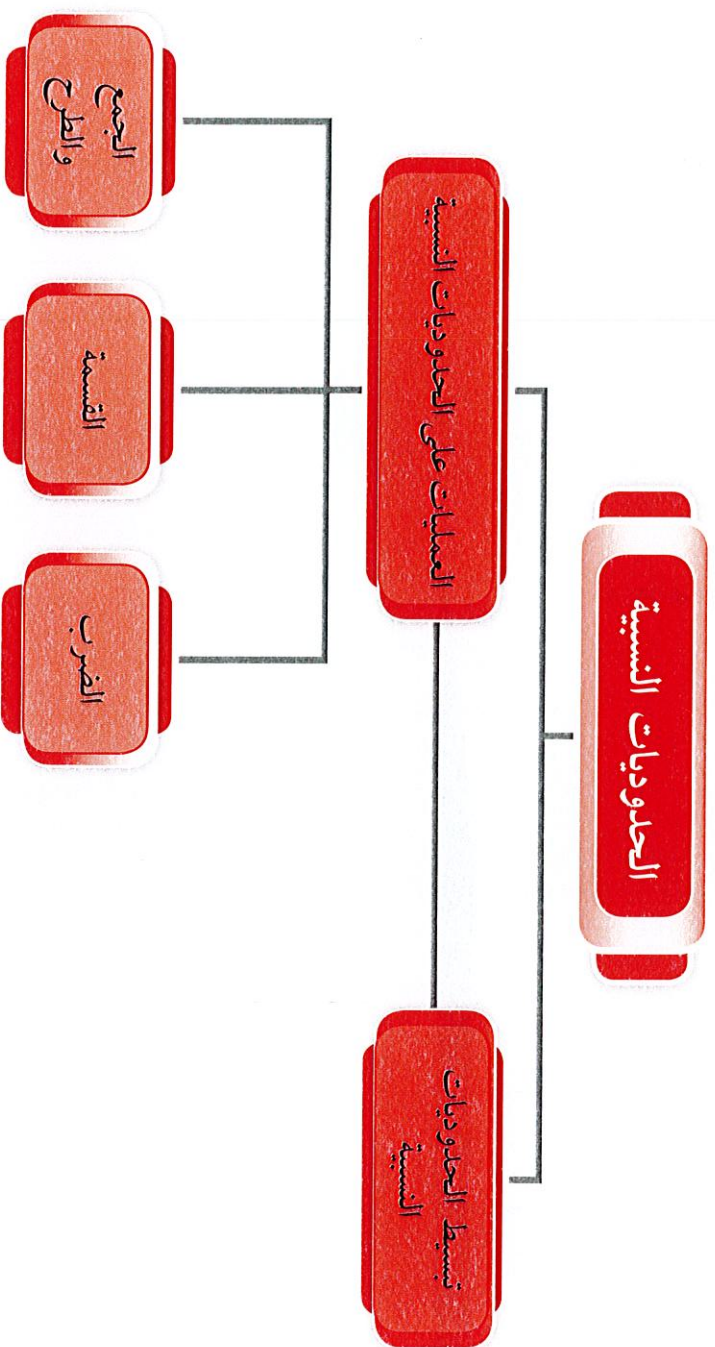
#### علاقات وتواصل :

- تبادل المجموعات الأوراق وتأكّد من صحّة الحلّ .

#### عرض العمل :

- تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات الحلّ .

# مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة





## استعد للوحدة الثالثة

١ أوجد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لكل مما يلي :

<p>ب) ٨ ، ٦</p> <p>..... = أ.م.م</p>	<p>أ) ٧ ، ١٤</p> <p>..... = أ.م.م</p>
--------------------------------------	---------------------------------------

٢ ضع كلاً مما يلي في أبسط صورة :

<p>ب) <math>\frac{13}{6} = \frac{7}{6} = \frac{73}{36}</math></p>	<p>أ) <math>\frac{3}{5} = \frac{15}{25}</math></p>
---	--

٣ أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة :

<p>ب) <math>\frac{7}{7} \div \frac{22}{35}</math></p> <p><math>\frac{7}{7} \times \frac{35}{22} = \frac{35}{22}</math></p>	<p>أ) <math>\frac{2}{15} \times \frac{3}{4}</math></p> <p><math>\frac{2 \times 3}{15 \times 4} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}</math></p>
--	---

<p>د) <math>\frac{7 \times 2}{7 \times 3} = \frac{7 \times 5}{7 \times 7}</math></p> <p><math>\frac{1}{3} = \frac{5}{21}</math></p>	<p>ج) <math>\frac{4 \times 3}{4 \times 4} + \frac{5 \times 1}{5 \times 7}</math></p> <p><math>\frac{11}{12} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12}</math></p>
---	--

٤ أوجد ناتج كل مما يلي :

<p>ج) <math>9 \text{ س } 2 \div 3 \text{ س } 2</math></p> <p>..... = ٣</p>	<p>ب) <math>9 \text{ س } 2 \times 3 \text{ س } 2</math></p> <p>..... = ٣٦</p>	<p>أ) <math>9 \text{ س } 2 + 3 \text{ س } 2</math></p> <p>..... = ٦</p>
--	---	---



٥ أوجد ناتج جمع ٣س - ١ ، ٩ - ٥س

$$٣س - ١ + ٩ - ٥س =$$

$$٢س - ٨ =$$

٦ أوجد الناتج في أبسط صورة: (٣س - ١) - (٢س - ٥)

$$٣س - ١ - (٢س - ٥) =$$

$$١س + ٤ =$$

٧ أوجد ناتج ٣س × (٢س - ١)

$$٣س^٢ - ٣س =$$

٨ اقسّم (٣س<sup>٤</sup> - ١٥س<sup>٣</sup> + ٢١س<sup>٢</sup>) على ٣س<sup>٣</sup>

$$\frac{٣س^٤ - ١٥س^٣ + ٢١س^٢}{٣س^٣} =$$

$$١س - ٥ + ٧س^{-١} =$$

٩ حلّل كلّ مما يلي تحليلًا تامًّا:

أ ٣س<sup>٢</sup> - ١٦

$$(٤س + ٤)(٤س - ٤)$$

ب ٦س<sup>٢</sup> + ٣س

$$٣س(٢س + ١)$$

ج ٣س<sup>٣</sup> - ٢٧

$$(٣س - ٩)(٣س + ٩)$$

د ١١س<sup>٢</sup> - ٣٠

$$(٥س - ٦)(٥س + ٦)$$

هـ ٨س<sup>٣</sup> + ١

$$(٤س + ١)(٤س^٢ - ٤س + ١)$$

و ٦س<sup>٢</sup> + ٥س - ٥

$$(٥س - ١)(٥س + ١)$$

## الحدوديات النسبية وتبسيطها Simplifying Rational Expressions

١-٣

سوف تتعلم : الحدوديات النسبية وتبسيطها .

العبارات والمفردات :

تبسيط

Simplify

حدودية نسبية

Rational

Expression

نشاط :



حوضي سباحة كلاً منهما على شكل شبه مكعب ،  
إذا كان حجم الحوض الأول ١٢ س<sup>٣</sup> ص<sup>٦</sup> وحدة  
مكعبة ، وحجم الحوض الثاني ٢٤ س<sup>٦</sup> ص<sup>٣</sup>  
وحدة مكعبة .

١ أكمل ما يلي :

نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني

$$\frac{\text{حجم الحوض الأول}}{\text{حجم الحوض الثاني}} = \frac{١٢ \text{ س}^٣ \text{ ص}^٦}{٢٤ \text{ س}^٦ \text{ ص}^٣}$$

٢ اختصر نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني ، وذلك بقسمة كل من  
حدّي النسبة على العامل المشترك الأكبر ( ع . م . أ ) لهما .

$$\frac{\text{ص}^٣}{٤ \text{ س}^٣}$$

• المقادير التالية :  $\frac{٣ \text{ ص}}{٢ \text{ س}}$  ،  $\frac{٢ + \text{ص}}{\text{ص}}$  ،  $\frac{٢ + \text{س}}{٣ - \text{س}}$  ،  $\frac{٢ \text{ س} - ٦ + \text{س} + ٥}{٢٥ - ٢ \text{ س}}$

تسمى حدوديات نسبية .

حيث إن كلاً من البسط والمقام يمثل حدودية ، والمقام لا يساوي صفراً .

• عند تبسيط الحدودية النسبية نقوم بقسمة كل من الحدوديتين في البسط والمقام على

العامل المشترك الأكبر ( ع . م . أ ) لهما .

معلومات مفيدة :

يقع مجمع أحواض  
السباحة على شارع  
الخليج العربي ، ويشتمل  
على خمسة أحواض  
سباحة تعمل بالماء  
العذب ، منها الحوض  
الأولمبي وحوض  
الغطس وحوض  
للمبتدئين وحوضان  
للألعاب المائية .



تذكّر أنّ :

المقام أينما وُجد  
لا يساوي صفراً .



تدرّب (١)

ضَع في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

ب  $\frac{4 \text{ س }^2 \text{ ص}}{12 \text{ س ص}^3} = \frac{\text{س}}{3 \text{ ص}^3}$

أ  $\frac{14 \text{ س}^0}{7 \text{ س}^2} = \frac{2}{\text{س}^2}$

ج  $\frac{2+ع}{(3+ع)3} = \frac{2+ع}{6+ع3}$

$\frac{1}{3} =$

فكر وناقش

بسّط سالم الحدودية  $\frac{2-س}{3+س}$  كما يلي :  $\frac{2-س}{3+س} = \frac{2-س}{3+س}$  ،  
فهل طريقته صحيحة ؟ ولماذا ؟

مثال :

ضَع في أبسط صورة :

$$\frac{2 \text{ س }^2 + 2 \text{ س}}{2 \text{ س} + 3 \text{ س} + 2}$$

الحل :

$$\frac{2 \text{ س }^2 + 2 \text{ س}}{2 \text{ س} + 3 \text{ س} + 2}$$

$$\frac{2 \text{ س} (1 + \text{س})}{(1 + \text{س})(2 + \text{س})} =$$

$$\frac{2 \text{ س} \cancel{(1 + \text{س})}}{\cancel{(1 + \text{س})} (2 + \text{س})} =$$

$$\frac{2 \text{ س}}{2 + \text{س}} =$$

(بتحليل كلٍّ من البسط و المقام)

(اقسم على العامل المشترك (س + ١))



## تدرّب (٢) :

ضغ في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

$$\frac{3-s}{s^2-6s+9} = \frac{(3-s)}{(3-s)(3-s)} = \frac{1}{3-s}$$

$$\frac{s^2-6s+5}{s^2-25} = \frac{(s-5)(s-1)}{(s-5)(s+5)} = \frac{s-1}{s+5}$$

$$\frac{(s-1)(s-5)}{(s+5)(s-5)} = \frac{s-1}{s+5}$$

## تدرّب (٣) :

ضغ في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

$$\frac{(s-1)(s-7)}{(s-3)(s-7)} = \frac{s-1}{s-3}$$

$$\frac{s-1}{s-3}$$

$$\frac{s-2}{s-1} = \frac{(s-1)c}{(s-1)c} = \frac{s-2}{s-1}$$

تذكّر أنّ :

$$s-2 = (s-1) - 1$$

$$\frac{(s-1)(s+4)}{s^2+2s+4} = \frac{s-1}{s+2}$$

$$\frac{s-1}{s+2}$$

## فكر وناقش

أكتب حدودية نسبية تصبح بعد تبسيطها  $\frac{5}{s+5}$ .

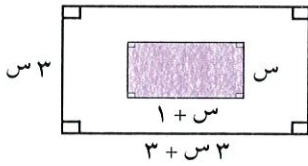




## تمرّن :

١ ضَع في أبسط صورة كلاً مما يلي :

<p>ب</p> $\frac{15 + 210}{20}$ $\frac{(3 + 70) \cdot 3}{4 \cdot 5}$ $\frac{3 + 70}{4}$	<p>أ</p> $\frac{3 \text{ س } 3}{9 \text{ س } 9}$ $\frac{1}{3 \text{ س } 3}$
<p>د</p> $\frac{28 - 17 \text{ س} + 6 \text{ س}^2}{20 - 2 \text{ س}}$ $\frac{(7 - 5 \text{ س})(4 + \text{س})}{(5 - \text{س})(4 + \text{س})}$ $\frac{7 - 5 \text{ س}}{5 - \text{س}}$	<p>ج</p> $\frac{15 + 8 \text{ س} - 2 \text{ س}^2}{9 - 2 \text{ س}}$ $\frac{(5 - \text{س})(3 - \text{س})}{(3 - \text{س})(3 + \text{س})}$ $\frac{(5 - \text{س})}{3 + \text{س}}$
<p>ف</p> $\frac{25 - 2 \text{ س}}{125 - 3 \text{ س}}$ $\frac{(5 + \text{س})(5 - \text{س})}{(5 + \text{س})(25 - 3 \text{ س})}$ $\frac{(5 - \text{س})}{(25 - 3 \text{ س})}$	<p>هـ</p> $\frac{64 + 3 \text{ س}}{16 - 4 \text{ س} + \text{س}^2}$ $\frac{(4 + \text{س})(4 - \text{س})}{(4 - \text{س})(4 + \text{س})}$ $1$
<p>ح</p> $\frac{3 - \text{س}}{3 - 3}$ $\frac{(3 - \text{س})}{(3 - \text{س})} = 1$	<p>س</p> $\frac{4 \text{ س}^3 + 16 \text{ س}^2 + 12 \text{ س}}{2 \text{ س}^3 - 14 \text{ س}^2 - 16 \text{ س}}$ $\frac{4 \text{ س}^2(3 \text{ س} + 4 \text{ س} + 3)}{2 \text{ س}(3 \text{ س}^2 - 7 \text{ س} - 8)}$ $\frac{2 \text{ س}(3 \text{ س} + 4 \text{ س} + 3)}{(3 \text{ س}^2 - 7 \text{ س} - 8)}$



٢ في الشكل المقابل :  
أكتب نسبة مساحة منطقة المستطيل المظلل إلى  
مساحة منطقة المستطيل الأكبر في صورة حدودية  
نسبية ، ثم ضَعها في أبسط صورة .

مساحة المستطيل المظلل =  $(3س + 3) \times 3س$  ومساحة المستطيل الأكبر =  $3س \times (3س + 3)$

$$\text{نسبة المستطيل المظلل إلى الأكبر} = \frac{3س(3س + 3)}{3س(3س + 3)}$$

$$\frac{1}{1} = 1$$



## ضرب الحدوديات النسبية Multiplying Rational Expressions

٢-٣

سوف تتعلم: ضرب الحدوديات النسبية.



نشاط:



ملعب لكرة القدم طوله  $\frac{64000}{\text{س}}$  م ، وعرضه  $\frac{\text{س}}{10}$  م ،  
أحسب مساحته .

المساحة = الطول  $\times$  العرض

$$\frac{\text{س}}{10} \times \frac{64000}{\text{س}} =$$

$$1 \frac{\text{س}}{10} \times \frac{64000}{\text{س}} =$$

$$6400 \text{ م}^2 =$$

إذا كانت  $a$  ،  $b$  ،  $c$  ،  $d$  تمثل حدوديات حيث  $b \neq 0$  ،  $d \neq 0$  ،

$$\text{فإن: } \frac{a}{b} = \frac{a}{d} \times \frac{d}{b}$$

العبارات والمفردات:

ضرب

Multiplying

معلومات مفيدة:

يتراوح طول ملعب  
كرة القدم الدولي  
بين 100 م ، 110 م  
والعرض يتراوح بين  
64 م ، 91 م

مثال ( ١ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{1+m}{1-m} \times \frac{m^4}{1+m}$$

الحل :

( اضرب )

$$\frac{1+m}{1-m} \times \frac{m^4}{1+m}$$

( بسّط )

$$\frac{\cancel{(1+m)} m^4}{(1-m) \cancel{(1+m)}} =$$

$$\frac{m^4}{1-m} =$$



تدرّب (١) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\begin{aligned} \frac{3}{6} \times \frac{5}{2} &= \\ \frac{3 \times 5}{6 \times 2} &= \\ \frac{15}{12} &= \\ \frac{5}{4} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{7}{2} \times \frac{4}{35} &= \\ \frac{7 \times 4}{2 \times 35} &= \\ \frac{28}{70} &= \\ \frac{2}{5} &= \end{aligned}$$

$$\frac{6s}{1-2s} \times \frac{1+s}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{6s(1+s)}{(1-2s)3} &= \\ \frac{2s(1+s)}{(1-2s)} &= \\ \frac{2s}{1-2s} &= \end{aligned}$$

مثال (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{5-2n}{3-n} \times \frac{12-n+n^2}{20-3n+2n^2}$$

الحل :

$$\begin{aligned} \frac{5-2n}{3-n} \times \frac{12-n+n^2}{20-3n+2n^2} &= \\ \frac{(5-2n)(12-n+n^2)}{(3-n)(20-3n+2n^2)} &= \\ \frac{(5-2n)(3-n)(4+n)}{(3-n)(4+n)(5-2n)} &= \\ 1 &= \end{aligned}$$



تدرّب (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ  $(٣ + س) \times \frac{٢٧ - س^٣}{٩ - س^٢}$

$$\frac{(٣ + س) (٩ + س٣ + س^٤) (٣ - س)}{(٣ - س) (٣ + س)} = \frac{(٣ + س) \times (٢٧ - س^٣)}{٩ - س^٢}$$

$$٩ + س٣ + س^٤ =$$

ب  $\frac{٤٩ - ص^٢}{٦ - ص - ص^٢} \times \frac{٢ + ص}{٢ ص^٢ + ١٤ ص}$

$$\frac{(٤٩ - ص^٢) (٢ + ص)}{(٦ - ص - ص^٢) (٢ ص^٢ + ١٤ ص)}$$

$$\frac{(٧ - ص) (٧ + ص) (٢ + ص)}{(٢ + ص) (٣ - ص) (٧ + ص) ص} = \frac{(٧ - ص)}{(٣ - ص) ص}$$

تمرّن :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

ب  $\frac{٦ - ص٣}{ص^٢} \times \frac{٣ ص}{٢ - ص}$

$$\frac{(٦ - ص٣) \times ٣ ص}{ص^٢ \times (٢ - ص)}$$

$$\frac{(٢ - ص) ٣ \times ٣ ص}{ص^٢ \times (٢ - ص)}$$

$$\frac{٩}{ص}$$

أ  $\frac{٥ ص}{س^٢} \times \frac{س^٣}{ص}$

$$\frac{٥ ص \times س^٣}{س^٢ \times ص}$$

$$\frac{٥ س}{ص}$$



$$د \quad \frac{36 - 2s}{6 + s} \times \frac{1}{s - 6}$$

$$\frac{(36 - 2s) \times 1}{(6 + s) \times (s - 6)}$$

$$\frac{1 \cancel{(6 + s)} \cancel{(6 - s)}}{1 \cancel{(6 + s)} \cancel{(6 - s)}} =$$

$$1 =$$

$$ج \quad \frac{8 + 4m}{1 - 2m} \times \frac{1 - m}{2 + m}$$

$$\frac{(8 + 4m) \times (1 - m)}{(1 - 2m) \times (2 + m)}$$

$$\frac{1 \cancel{(4 + 2m)} \cancel{(1 - m)}}{(1 + m) \times \cancel{(1 - m)} \times \cancel{(2 + m)}} =$$

$$\frac{4}{1 + m} =$$

$$و \quad \frac{5 + 6s - 2s^2}{5 - s} \times \frac{1}{1 + 2s - 2s^2}$$

$$\frac{(5 + 6s - 2s^2) \times 1}{(5 - s) \times (1 + 2s - 2s^2)}$$

$$\frac{1 \cancel{(5 - s)} \cancel{(1 - s)} \cancel{(1 - s)}}{1 \cancel{(5 - s)} \cancel{(1 - s)} \cancel{(1 - s)}} =$$

$$\frac{1}{1 - s} =$$

$$هـ \quad (ص - 20 - 3ص) \times \frac{3}{5 - ص}$$

$$\frac{(3ص - 20 - 3ص) \times 3}{5 - ص}$$

$$\frac{3(ص - 20 - 3ص)}{5 - ص} =$$

$$\frac{3(ص - 20 - 3ص) \times 3}{(5 - ص)}$$

$$3(ص - 20 - 3ص) =$$

$$ح \quad \frac{5s}{16 - 2s} \times \frac{3s^2 - 64}{16 + 4s + 2s^2}$$

$$\frac{5s \times (3s^2 - 64)}{(16 - 2s) \times (16 + 4s + 2s^2)}$$

$$\frac{5s \times \cancel{(16 + 2s)} \cancel{(8 + 4s)}}{\cancel{(8 + 2s)} \cancel{(8 + 2s)} \times (16 + 4s + 2s^2)} =$$

$$\frac{5s}{8 + 2s} =$$

$$ز \quad \frac{3 + 2s}{14s^3} \times \frac{7s^2 - 28s}{12 - 5s - 2s^2}$$

$$\frac{(3 + 2s) \times (7s^2 - 28s)}{(14s^3) \times (12 - 5s - 2s^2)}$$

$$\frac{1 \cancel{(3 + 2s)} \cancel{(7s - 28)}}{14s^3 \times \cancel{(7s - 28)} \times (12 - 5s - 2s^2)}$$

$$\frac{1}{14s^3} =$$



## قسمة الحدوديات النسبية Dividing Rational Expressions

٣-٣



سوف تتعلّم : قسمة الحدوديات النسبية .

العبارات والمفردات :

قسمة  
Dividing

نشاط :

أكمل ما يلي :

$$\frac{5}{2} \div \frac{15}{4} \quad (1)$$

$$\frac{c}{5} \times \frac{15}{4} =$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{3}{1} =$$

$$1 \frac{1}{5} = \frac{3}{5} =$$

$$\frac{5s}{2v} \div \frac{15s^2}{4v} \quad (2)$$

$$\frac{5s}{2v} \times \frac{4v}{15s^2} =$$

$$\frac{5s}{1} \times \frac{2}{15s^2} =$$

$$\frac{2s}{3s} =$$

تذكّر أنّ :

النظير الضربي

للحدودية  $\frac{1}{p}$  هو  $p$  ،  
 $p \neq 0$

إذا كانت  $p$  ،  $b$  ،  $d$  ،  $a$  تمثل حدوديات حيث  $b \neq 0$  ،  $d \neq 0$  ،  $a \neq 0$  ،

$$\frac{a}{b} \div \frac{p}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{p} = \frac{ad}{bp}$$

تدرّب (١) :

اكتب ما يلي في صورة عملية ضرب ، وغير ما يلزم :

$$\frac{9+p^3}{4-2p} \div \frac{3+p}{2-p} \quad (1)$$

$$\frac{4-pc}{9+p^3} \times \frac{3+p}{c-p} =$$

$$\frac{(c-p)c \times (3+p)}{(3+p)3 \times (c-p)} =$$

$$\frac{c}{3} =$$

$$\frac{7}{s} \div \frac{14}{s} \quad (2)$$

$$\frac{7}{s} \times \frac{s}{14} = \frac{7s}{14s} =$$

$$\frac{1}{2} =$$



تدرّب (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3+s}{4+s} \div \frac{1-s}{4+s}$$

$$\frac{3+s}{4+s} \times \frac{1-s}{4+s} =$$

$$\frac{1(3+s) \times (1-s)}{(4+s)(4+s)} =$$

$$\frac{(1-s)}{(4+s)}$$

$$\frac{2+m}{3-m} \div \frac{10+m}{3-m}$$

$$\frac{3-m}{3-m} \times \frac{10+m}{3-m} =$$

$$\frac{1(3-m) \times (10+m)}{1(3-m)(3-m)} =$$

$$\frac{10+m}{3-m}$$

مثال :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{1-n}{6+4n} \div \frac{1-n^3}{3-n+2n^2}$$

الحل :

$$\frac{1-n}{6+4n} \div \frac{1-n^3}{3-n+2n^2}$$

$$\frac{6+4n}{1-n} \times \frac{1-n^3}{3-n+2n^2} =$$

$$\frac{(6+4n)(1-n^3)}{(1-n)(3-n+2n^2)} =$$

$$\frac{(3+n^2)2 \times (1+n+n^2)(1-n)}{(1-n)(3+n^2)(1-n)} =$$

$$\frac{(1+n+n^2)2}{(1-n)}$$

تدرّب (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$(1-s) \div \frac{4s^3-4s}{1+s}$$

$$\frac{1}{(1-s)} \times \frac{4s^3-4s}{1+s} =$$

$$\frac{4s^3-4s}{(1-s)(1+s)} =$$

$$\frac{4s(1-s)(1+s)}{(1-s)(1+s)} =$$

$$4s$$

$$\frac{2+m}{7-m} \div \frac{18+m}{7+m} \times \frac{11+m}{8-m}$$

$$\frac{7-m}{7-m} \times \frac{18+m}{7+m} \times \frac{11+m}{8-m} =$$

$$\frac{1(7-m) \times (18+m) \times (11+m)}{(7+m)(8-m)(7-m)} =$$

$$\frac{9+m}{1-m}$$



## تمرّن :

١ أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\text{ب) } \frac{3-s}{9-s^2} \div \frac{2s}{3-s^2+5s}$$

$$\frac{9-s^2}{3-s} \times \frac{3s}{3-s^2+5s} =$$

$$\frac{(3+s)(3-s)(3s)}{(3-s)(3+s)(1-s)} =$$

$$\frac{3s}{1-s}$$

$$\text{أ) } \frac{m^6}{1-m} \div \frac{m^3}{1-m}$$

$$\frac{1-m}{m^6} \times \frac{m^3}{1-m} =$$

$$\frac{1 \times m^3 \times (1-m)}{m^6 \times (1-m)} =$$

$$\frac{1}{m^3}$$

$$\text{د) } \frac{49+s^2-14s}{49-s^2} \div \frac{5s^2+10s-15}{3-s^2+2s}$$

$$\frac{49-s^2}{49+s^2-14s} \times \frac{5(s^2+2s-3)}{3-s^2+2s} =$$

$$\frac{(7+s)(7-s)(5(s+3)(s-1))}{(7-s)(7+s)(3-s)(s-1)} =$$

$$\frac{5(s+3)}{(7-s)}$$

$$\text{ج) } (3+s) \div \frac{9+s^2}{s}$$

$$\frac{1}{3+s} \times \frac{9+s^2}{s} =$$

$$\frac{1 \times (3+s) \times 3}{(3+s)s} =$$

$$\frac{3}{s}$$

$$\text{هـ) } \frac{9+s^2-3s}{16-s^2} \div \frac{27+s^3}{24-s^2-5s}$$

$$\frac{16-s^2}{9+s^2-3s} \times \frac{27+s^3}{24-s^2-5s} =$$

$$2 = \frac{(4-s)c \times (9+s^3-s^2)(3+s)}{(9+s^2-3s)(3+s)(4-s)}$$





٢٠ إذا كانت  $m = \frac{s^2 + 2s}{s^2 + s - 2}$  ،  $n = \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 + 4s - 5}$  ، فأوجد :

أ  $m \times n$

.....

.....

.....

.....

.....

ب  $m \div n$

$$\frac{s^2 + 2s}{s^2 + s - 2} \div \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 + 4s - 5} = \frac{s^2 + 2s}{s^2 + s - 2} \times \frac{s^2 + 4s - 5}{s^2 - 2s + 1}$$

$$= \frac{(s+2)(s)(s+5)}{(s-2)(s-1)(s+1)} = \frac{(s+2)(s)(s+5)}{(s-2)(s-1)(s+1)}$$

.....

.....

٢١ يُراد إقامة قرية أولمبية على قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها  $(s^2 - 4)$



وحدة مربعة وأحد بعديها  $\frac{s^2 - 2s + 1}{s + 1}$  وحدة طول .

أوجد البعد الآخر لقطعة الأرض .

$$\frac{s^2 - 2s + 1}{s + 1} = \frac{\text{المساحة}}{\text{البعد الأول}}$$

$$= \frac{(s-2)(s+1)}{(s-1)(s+1)} \times \frac{s^2 - 2s + 1}{s + 1} = \frac{(s-2)(s+1)(s^2 - 2s + 1)}{(s-1)(s+1)^2}$$

$$= \frac{(s-2)(s+1)(s^2 - 2s + 1)}{(s-1)(s+1)^2}$$

## جمع الحدوديات النسبية وطرحها Adding and Subtracting Rational Expressions

٤-٣



سوف تتعلم: جمع الحدوديات النسبية وطرحها.

العبارات والمفردات:

جمع  
Adding  
طرح  
Subtracting

### جمع الحدوديات النسبية

نشاط:

أكمل ما يلي:

$$\begin{aligned} \frac{2}{7س} + \frac{3}{7س} & \quad \text{٢} \\ \frac{2+3}{7س} &= \\ \frac{5}{7س} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{7} + \frac{3}{7} & \quad \text{١} \\ \frac{2+3}{7} &= \\ \frac{5}{7} &= \end{aligned}$$

إذا كانت  $a$ ،  $b$ ،  $c$  تمثل حدوديات،  $c \neq 0$ ، فإن:  $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

تدرّب (١) :

أوجد ناتج كلاً مما يلي في أبسط صورة:

$$\begin{aligned} \frac{5}{1+n} + \frac{5n}{1+n} & \quad \text{ج} \\ \frac{5+5n}{1+n} &= \\ \frac{5(1+n)}{(1+n)} &= \\ 5 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3ص}{2-ص} + \frac{ص}{2-ص} & \quad \text{ب} \\ \frac{3ص+ص}{2-ص} &= \\ \frac{4ص}{2-ص} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{5+س} + \frac{3}{5+س} & \quad \text{أ} \\ \frac{4+3}{5+س} &= \\ \frac{7}{5+س} &= \end{aligned}$$

لاحظ لإيجاد م.م.أ (المضاعف المشترك الأصغر) للعددين ٨، ١٢ نتبع ما يلي:

$$\begin{aligned} 2 \times 2 \times 2 &= 8 \\ 3 \times 2 \times 2 &= 12 \\ \therefore \text{م.م.أ للعددين} &= 2 \times 2 \times 3 = 12 \end{aligned}$$



وكذلك لإيجاد م.م.أ للحددين ٦س ، ٤س نتبع نفس الطريقة السابقة :

$$\begin{aligned} 6س &= 2 \times 3 \times س \\ 4س &= 2 \times 2 \times س \end{aligned}$$

$$\therefore \text{م.م.أ للحددين} = 2 \times 2 \times 3 \times س = 12س$$

وأيضاً لإيجاد م.م.أ للحدوديتين (٤ - ٢س) ، (٥س + ٦) :

$$4 - 2س = (2 - س)(2 + س)$$

$$5س + 6 = (س - 2)(س + 3)$$

$$\therefore \text{م.م.أ للحدوديتين} = (س - 2)(س + 3)(2 + س)$$

**تدرّب (٢)** :

أوجد م.م.أ في كلِّ مما يأتي :

أ.م.م	الحدوديات	
٥س	س ، ص	١
٦س	٦ ، ٢٢	٢
٦ص <sup>٢</sup>	٣ص ، ٢ص <sup>٢</sup>	٣
ص(٥ - ٥س)	ص ، (٥ - ص)	٤
(١ - س)(١ - س)	(١ - س) ، (٢ - س)	٥
(١ - س)(١ - س)	(١ - س) ، (١ - ٢س)	٦
ص(٣ - ٣س)	(٣ - ص) ، (٢ + ٦ - ص)	٧
ص(٣ + ٣س)	(٢ - ص) ، (٢ - ص)(٢ + ص)	٨
(١ - س)(١ - س)	(١ - س) ، (١ - ٣س)	٩
(٣ - س)(٣ - س)	(٩ - ٢س) ، (٩ + ٦ - ٢س)	١٠



مثال ( ١ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3}{4س} + \frac{1}{6س^2}$$

الحل :

( م . م . أ للمقامات هو ١٢ س<sup>٢</sup> )

$$\frac{3}{4س} + \frac{1}{6س^2}$$

$$\frac{3 \times 3س}{3 \times 4س} + \frac{2 \times 1}{2 \times 6س^2} =$$

$$\frac{9س + 2}{12س^2} = \frac{9س}{12س^2} + \frac{2}{12س^2} =$$

تدرّب ( ٣ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

( م . م . أ للمقامات هو (٢+ب)(١-ب) )

$$\frac{3ب}{1-ب} + \frac{2}{2+ب}$$

$$\frac{3ب(2+ب)}{(1-ب)(2+ب)} + \frac{2(1-ب)}{(1-ب)(2+ب)} =$$

$$\frac{6ب + 3ب^2 + 2 - 2ب}{(1-ب)(2+ب)} =$$

$$\frac{6ب + 3ب^2 + 2 - 2ب}{(1-ب)(2+ب)} =$$

$$\frac{4ب + 3ب^2 + 2}{(1-ب)(2+ب)} =$$

لاحظ أنّ : ( ٣ب<sup>٢</sup> + ١٠ب - ٢ ) لا تُحلّل .



مثال ( ٢ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :  $\frac{3}{2+s} + \frac{12}{s^2-4}$

الحل :

$$\frac{3}{2+s} + \frac{12}{s^2-4}$$

( م . م . أ للمقامات هو  $(2+s)(2-s)$  )

$$\frac{3}{2+s} + \frac{12}{(2+s)(2-s)} =$$

$$\frac{(2-s)3}{(2-s)(2+s)} + \frac{12}{(2+s)(2-s)} =$$

$$\frac{6-s^3+12}{(2+s)(2-s)} =$$

$$\frac{6+s^3}{(2+s)(2-s)} =$$

$$\frac{\cancel{(2+s)}^1 3}{\cancel{(2+s)}(2-s)} =$$

$$\frac{3}{2-s} =$$

تدرّب ( ٤ ) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3}{1+s} + \frac{4}{s^2+4s+3}$$

$$\frac{3}{1+s} + \frac{4}{(1+s)(3+s)} =$$

( م . م . أ للمقامات هو  $(3+s)(1+s)$  )

$$\frac{(3+s) \times 3}{(3+s)(1+s)} + \frac{4}{(1+s)(3+s)} =$$

$$\frac{9+s^3+4}{(1+s)(3+s)} =$$

$$\frac{13+s^3}{(1+s)(3+s)} =$$



تدرّب (٥) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{2s+4}{s^2-s-6} + \frac{s+3}{s^2-9}$$

$$\frac{(2s+4) \cdot (s-3)}{(s^2-s-6)(s-3)} + \frac{(s+3)}{(s^2-9)(s+3)} =$$

$$\frac{2}{s-3} + \frac{1}{s+3} =$$

$$\frac{2}{s-3} = \frac{c+1}{s-3} =$$

معلومات مفيدة :

يستخدم المتسابقون في مباريات التجديف ، طرح الحدوديات النسبية لمعرفة تأثير مقاومة التيار على انسياب القوارب .



طرح الحدوديات النسبية

إذا كانت  $a$  ،  $b$  ،  $c$  تمثل حدوديات ،  $c \neq 0$  ،

$$\frac{a-b}{c} = \frac{b}{c} - \frac{a}{c} \quad \text{فإن :}$$

تدرّب (٦) :

أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة :

$$\frac{2+h}{1-h} - \frac{1+h^2}{1-h} \quad \text{ب}$$

$$\frac{(2+h) - (1+h^2)}{1-h} =$$

$$\frac{2+h-1-h^2}{1-h} =$$

$$\frac{1-h}{1-h} =$$

$$\frac{1}{1} =$$

$$\frac{m}{1-m} - \frac{m^3}{1-m} \quad \text{١}$$

$$\frac{m - m^3}{1-m} =$$

$$\frac{m(1-m^2)}{1-m} =$$



لاحظ أن :

النظير الجمعي  
للحدودية :

٣ - ٢ ص هو  
- (٣ - ٢ ص)  
= ٣ - ٢ ص

مثال (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3-n}{9-n^2} - \frac{3+n}{6-n+n^2}$$

الحل :

$$\frac{3-n}{9-n^2} - \frac{3+n}{6-n+n^2}$$

$$\frac{(3-n)}{(3-n)(3+n)} - \frac{(3+n)}{(2-n)(3+n)} =$$

$$\frac{\cancel{(3-n)}}{\cancel{(3-n)}(3+n)} - \frac{\cancel{(3+n)}}{(2-n)\cancel{(3+n)}} =$$

$$\frac{1}{(3+n)} - \frac{1}{(2-n)} =$$

$$\frac{(2-n) \times 1}{(2-n)(3+n)} - \frac{(3+n) \times 1}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{(2-n) - (3+n)}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{2+n-3-n}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{0}{(3+n)(2-n)} =$$



### تدرّب (٧) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{5}{2+s} - \frac{6}{3-s}$$

$$\frac{(\dots) \times 5}{(3-s)(2+s)} - \frac{(2+s) \times 6}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{5s - 15}{(2+s)(3-s)} - \frac{6s + 12}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{(5s - 15) - (6s + 12)}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{15 + 5s - 6s - 12}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{3 - s}{(2+s)(3-s)} =$$

### تمرّن :

أوجد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة :

$$\frac{3}{1-s} - \frac{4}{1-s} \quad 2$$

$$\frac{3-4}{1-s}$$

$$\frac{1}{1-s} =$$

$$\frac{3}{m} + \frac{5}{m} \quad 1$$

$$\frac{3+5}{m}$$

$$\frac{8}{m} =$$

$$\frac{8}{m} =$$





تذكّر أنّ:  
أ - ب = - (ب - أ)

$$\frac{3}{ب-1} - \frac{1}{1-ب} \quad ٤$$

$$\frac{3}{(1-ب)-} - \frac{1}{1-ب}$$

$$\frac{3 - 1 \times 1}{(1-ب)-} =$$

$$\frac{٤}{(1-ب)-} =$$

$$\frac{٤}{1-ب} =$$

$$\frac{9}{3+س} - \frac{٢س}{3+س} \quad ٣$$

$$\frac{9 - ٢س}{(3+س)}$$

$$\frac{(3-س)(3+س)}{(3+س)}$$

$$3 - س =$$

$$س(س+٤) = ٣.٣.٣$$

$$\frac{3}{٢+س} + \frac{٤}{س} \quad ٦$$

$$\frac{س \times 3}{س(س+٤)} + \frac{(س+٤) \times ٤}{س(س+٤)}$$

$$\frac{س٣ + ٤س + ٤س + ١٦}{س(س+٤)} =$$

$$\frac{س٣ + ٨س + ١٦}{س(س+٤)} =$$

$$٤٣٥ = ٣.٣.٣ \quad \frac{3}{٢٥} - \frac{٥}{٧} \quad ٥$$

$$\frac{٧ \times 3}{٧ \times ٢٥} - \frac{٥ \times ٥}{٥ \times ٧}$$

$$\frac{٢١}{٤٣٥} - \frac{٥٥}{٤٣٥} =$$

$$\frac{٢١ - ٥٥}{٤٣٥} =$$



$$\frac{3}{4+s} + \frac{4}{6+s} \quad \text{⑧}$$

$$\frac{3}{(c+s)c} + \frac{4}{(c+s)3}$$

$$\frac{3 \times 3 + c \times 4}{(c+s)6} =$$

$$\frac{9 + 4c}{(c+s)6} =$$

$$\frac{17}{(c+s)6} =$$

$$\frac{4}{3+s} - \frac{s}{5+s} \quad \text{⑦}$$

$$\frac{4(5+s) - s(3+s)}{(3+s)(5+s)}$$

$$\frac{20 + 4s - 3s - s^2}{(3+s)(5+s)} =$$

$$\frac{20 - s - s^2}{(3+s)(5+s)} =$$

$$\frac{(4+s)(5-s)}{(3+s)(5+s)} =$$

$$\frac{7s}{5s^2 + 5} + \frac{1+s^2}{5s^2 + 8s + 5} \quad \text{⑩}$$

$$\frac{7s}{(5+s^2)s} + \frac{(1+s^2)(1+s)}{(5+s^2)(1+s)}$$

$$\frac{7s}{(5+s^2)s} + \frac{1+s-s^2-s^3}{(5+s^2)s}$$

$$\frac{7s + (1+s-s^2-s^3)}{(5+s^2)s} =$$

$$\frac{8s - s^2 - s^3}{(5+s^2)s} =$$

$$\frac{(8+s-s^2)s}{(5+s^2)s} =$$

$$\frac{8+s-s^2}{5+s^2} =$$

$$\frac{3}{3+v} - \frac{6-v}{18-3v-2} \quad \text{⑨}$$

$$\frac{3}{3+u} - \frac{7-u}{(3+u)(7-u)}$$

$$\frac{3}{3+u} - \frac{1}{3+u}$$

$$\frac{3-1}{3+u} =$$

$$\frac{2}{3+u} =$$



$$\frac{6}{9-s^2} + \frac{1}{3-s} - \frac{4+s}{3+s} \quad (12)$$

$$\frac{6}{(3-s)(3+s)} + \frac{1}{3-s} - \frac{4+s}{3+s}$$

$$\frac{6 + (3+s)1 - (3-s)(4+s)}{(3-s)(3+s)} =$$

$$\frac{6 + 3 - s - 12 - 4s + 12 + 3s - 4s - s^2}{(3-s)(3+s)} =$$

$$\frac{9 - s^2}{(3-s)(3+s)} =$$

$$\frac{(3-s)(3+s)}{(3-s)(3+s)} =$$

$$1 =$$

$$\frac{s}{9+s^2} - \frac{s}{9-s^2} \quad (11)$$

$$\frac{s}{(3+s)(3-s)} - \frac{s}{(3-s)(3+s)}$$

$$\frac{s(3-s) - s(3+s)}{(3-s)^2(3+s)} =$$

$$\frac{3s - s^2 - 3s - s^2}{(3-s)^2(3+s)} =$$

$$\frac{-2s^2}{(3-s)^2(3+s)}$$

13 إذا كانت تكلفة بناء فندق داخل القرية الأولمبية تساوي  $\frac{2+s^2}{2+s^2}$  مليار دينار  
وتكلفة تأييث هذا الفندق تساوي  $\frac{1+s^2}{2+s^2}$  مليار دينار،  
فأوجد التكلفة الشاملة لهذا الفندق.



$$\frac{1+s^2}{2+s^2} + \frac{2+s^2}{2+s^2} = \frac{1+s^2+2+s^2}{2+s^2} = \frac{3+2s^2}{2+s^2}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{3}{c} = \frac{(1+s^2)c}{(1+s^2)c}$$



مراجعة الوحدة الثالثة  
Revision Unit Three

٥-٣

أولاً : التمارين المقالية

١ ضَع في أبسط صورة كلاً مما يلي :

ب  $\frac{٥-٢س}{١٥-٦س}$

$$\frac{(٥-٢س)}{(٥-٢س)٣} = \frac{١}{٣}$$

ا  $\frac{٩+٦٦}{١٢}$

$$\frac{(٣+٦٦)٣}{١٢} = \frac{٣+٦٦}{٤}$$

د  $\frac{٢-٨ب}{١٦-٢ب}$

$$\frac{٢(١-٤ب)}{(٤-ب)(٤+ب)} = \frac{٢}{٤+ب}$$

ج  $\frac{٢س٢+٢س٢}{٣س٣+٢س٣}$

$$\frac{٢س(١+س)}{٣س(١+س)} = \frac{٢}{٣}$$

و  $\frac{٥-٩+٢ر٢}{٢٥+١٠+ر٢}$

$$\frac{(٥+ر)(١-٣ر)}{(٥+ر)(٥+ر)}$$

ه  $\frac{٨+ل٦-٢ل}{٦-ل+ل}$

$$\frac{(٨-ل)(٦-ل)}{(٦-ل)(٣+ل)}$$

$\frac{١-٢و}{٥+و}$

$\frac{٤-ل}{٣+ل}$

ز  $\frac{١٢٥+٣س٢٧}{١٠-س٢-٣س}$

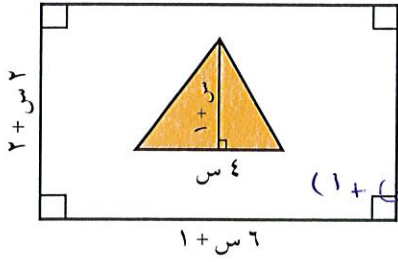
$$\frac{(١٢٥+٣س٢٧)(٥+س٣)}{(١٠-س٢-٣س)(٥+س٣)} = \frac{١٢٥+٣س٢٧}{١٠-س٢-٣س}$$

ح  $\frac{٦+ص١٣-٢ص٧}{٣-٢ص+٢ص}$

$$\frac{(٦+ص١٣-٢ص٧)(٦-٧ص)}{(٣-٢ص+٢ص)(٦-٧ص)} = \frac{٦+ص١٣-٢ص٧}{٣-٢ص+٢ص}$$

$\frac{١٢٥+٣س٢٧}{١٠-س٢-٣س}$

$\frac{٦+ص١٣-٢ص٧}{٣-٢ص+٢ص}$



٢ أكتب نسبة مساحة المنطقة المثلثة إلى مساحة المنطقة المستطيلة في صورة حدودية نسبية وضعها في أبسط صورة.

$$\text{مساحة المنطقة المثلثة} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$$\text{مساحة المنطقة المستطيلة} = (1+6)(2+3) = 35$$

$$\frac{6}{35} = \frac{6}{(1+6)(2+3)}$$

٣ أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي:

أ  $(6 - s - 2) \times \frac{4 + s}{3 - s}$

$$\frac{(c + s)(3 - s) \times (1 + s)}{(3 - s)}$$

$$c(1 + s)$$

ب  $\frac{5 + s - 2}{3s} \times \frac{3s^2 + 12s + 12}{4s^2 + 7s - 2}$

$$\frac{(5 - s)(1 - s)}{3s} \times \frac{3s(4s + 4)}{(4s + 1)(1 - s)}$$

$$\frac{(5 - s)(1 - s)}{3s} \times \frac{3s}{1 - s}$$

$$= \frac{(5 - s)(1 - s)}{3s} \times \frac{3s}{(1 - s)}$$

$$= \frac{(5 - s)}{s}$$

ج  $\frac{s + v}{s - v} \times \frac{s^2 - 2sv + v^2}{s^2 + 3sv}$

$$\frac{(s + v)(s - v)}{s - v} \times \frac{(s - v)(s + 3v)}{(s + 3v)s}$$

$$\frac{(s + v)}{s} \times \frac{1}{s + 3v}$$

$$\frac{1}{s(s + 3v)}$$

د  $\frac{4s^2}{s^2 + 2s + 1} \div \frac{8s^2}{s^2 - 1}$

$$\frac{4s^2}{(s + 1)^2} \times \frac{(s - 1)(s + 1)}{8s^2}$$

$$\frac{4s^2 \times (s - 1)(s + 1)}{(s + 1)^2 \times 8s^2}$$

$$\frac{s - 1}{2(s + 1)}$$



$$\frac{ص^2 + 3ص + 2}{ص^2 - 2ص - 3} \div \frac{ص^2 + 5ص + 6}{ص - 3}$$

$$\frac{ص^2 - 4ص + 4}{ص^2 - 2ص - 3} \times \frac{ص + 6}{ص - 3}$$

$$\frac{(ص+2)(ص-2)(ص+2)}{(ص+4)(ص-3)(ص-3)} =$$

$$\frac{ص+2}{ص-3}$$

$$\frac{ص+2}{ص-3}$$

$$\frac{5س^2 + 10س - 15}{5س^2 - 6س + 5} \div \frac{2س^2 + 7س + 3}{4س^2 - 8س - 5}$$

$$\frac{5س^2 + 10س - 15}{5س^2 - 6س + 5} \times \frac{4س^2 - 8س - 5}{(2س+3)(س+1)}$$

$$\frac{(5س-5)(س+3)(س+1)}{(5س-6س+5)(2س+3)(س+1)} =$$

$$\frac{(5-س)(س+3)(س+1)}{(5س-6س+5)(2س+3)(س+1)} =$$

$$\frac{(5-س)(س+3)(س+1)}{(5س-6س+5)(2س+3)(س+1)} =$$

٤ أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

ب  $\frac{2}{3+س} + \frac{س}{6+س}$

$$\frac{2(6+س) + س(3+س)}{(3+س)(6+س)}$$

$$\frac{12 + 2س + 3س + س^2}{(3+س)(6+س)}$$

$$\frac{12 + 5س + س^2}{(3+س)(6+س)}$$

أ  $\frac{3}{18} + \frac{5}{18}$

$$\frac{3+5}{18}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{18}$$

د  $\frac{6}{2-س} - \frac{4}{3+س}$

$$\frac{6(3+س) - 4(2-س)}{(2-س)(3+س)}$$

$$\frac{18 + 6س - 8 + 4س}{(2-س)(3+س)}$$

$$\frac{10 + 10س}{(2-س)(3+س)}$$

$$\frac{10(1+س)}{(2-س)(3+س)}$$

هـ  $\frac{2س-4}{2س^2-س+2} + \frac{4-س}{4-2س}$

$$\frac{(2س-4)(س+1)}{(2س^2-س+2)(س+1)} + \frac{(4-س)(س+1)}{(4-2س)(س+1)}$$

$$\frac{س}{س+1} + \frac{س}{س+1}$$

$$1 = \frac{س+س}{س+1}$$



$$\frac{3+n}{9-n^2} - \frac{1-n}{3-n^2} \quad \text{④}$$

$$\frac{3+n}{(3-n)(3+n)} - \frac{1-n}{(3+n)(1-n)}$$

$$\frac{1}{(3-n)} - \frac{1}{(3+n)} =$$

$$\frac{(3+n) - (3-n)}{(3-n)(3+n)} =$$

$$\frac{3+n-3-n}{(3-n)(3+n)} =$$

$$\frac{6}{(3-n)(3+n)} =$$

$$\frac{4}{2+s} - \frac{6}{2+s^2} \quad \text{⑤}$$

$$\frac{4}{(c+s)} - \frac{6}{(1+s)(c+s)} =$$

$$\frac{(1+s)4 - 6}{(1+s)(c+s)} =$$

$$\frac{4c + 4s - 6}{(1+s)(c+s)} =$$

$$\frac{4c + 4s - 6}{(1+s)(c+s)} =$$

$$\frac{(1+s)c - 6}{(1+s)(c+s)} =$$

$$\frac{s^2 + 2s + 1}{s+1} \times (s^3 - 1) \div (s^2 - 1) \quad \text{⑥}$$

$$\frac{s^2 + 2s + 1}{s+1} \times \frac{s^3 - 1}{s^2 - 1}$$

$$\frac{(s^2 + 2s + 1)(s^3 - 1)}{(s+1)(s^2 - 1)} =$$

$$1 = \frac{(s^2 + 2s + 1)(s+1)(s-1)}{(s+1)(s^2 - 1)(s-1)}$$

\* ⑦ أوجد الناتج في أبسط صورة:

$$\left( \frac{s-1}{s} - \frac{1}{s^2} \right) \div \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{s^2} \right)$$

$$\left( \frac{(s-1)s - 1}{s^2} \right) \div \left( \frac{s + 1}{s^2} \right)$$

$$\frac{s^2 - s - 1}{s^2} \div \frac{s+1}{s^2} =$$

$$\frac{(s^2 - s - 1)(s^2)}{(s^2)(s+1)} = \frac{s^2 - s - 1}{s+1} \times \frac{s^2 + 1}{s} =$$

$$\frac{(s+1)s}{s} =$$



### ثانياً : التمارين الموضوعية

أولاً : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

(ب)	<input checked="" type="checkbox"/>	$1 - = \frac{3-s}{s-3}$	١
<input checked="" type="checkbox"/>	(أ)	$\frac{5}{4+s} = \frac{3}{3+s} + \frac{2}{1+s}$	٢
(ب)	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{s^3}{2-s} = \frac{2s}{2-s} - \frac{5s}{2-s}$	٣
(ب)	<input checked="" type="checkbox"/>	$\frac{1}{3+v} = (2+v) \div \frac{2+v}{3+v}$	٤

ثانياً : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

$$\frac{c-3}{1-3c} = \frac{(c-3) \cdot 3}{(1-3) \cdot 3} = \frac{c-3}{3} \times \frac{3}{1-3} = \frac{3}{2-3} \div \frac{3}{1-3}$$

٥

(أ)  $\frac{2-m}{1-m}$     
 (ب)  $\frac{18}{(2-m)(1-m)}$     
 (ج)  $\frac{2-m}{(1-m)2}$     
 (د)  $\frac{1-m}{(2-m)2}$

---


$$\frac{(c+s)(c-s)}{(c-s)} = \frac{c^2-s^2}{(c-s)} = \frac{c+s}{1} = \frac{c+s}{1}$$

٦

(أ)  $2-s$     
 (ب)  $2+s$     
 (ج)  $2-s$     
 (د)  $1$

٧ الحدودية النسبية التي في أبسط صورة هي :

(أ)  $\frac{1+v}{1-2v}$     
 (ب)  $\frac{1-2n}{4+n^2}$     
 (ج)  $\frac{7-s}{s-7}$     
 (د)  $\frac{3-23}{1-m}$

---


$$= \frac{4}{2+s} + \frac{2s}{2+s}$$

٨

(أ)  $\frac{6s}{2+s}$     
 (ب)  $2s$     
 (ج)  $2$     
 (د)  $1$

---


$$\frac{7}{s} = \frac{(c+s) \cdot 3 \times s \cdot c}{(c+s) \times s \cdot c} = \frac{(7+s) \cdot 3}{(c+s) \cdot c} = \frac{7+s}{2} \times \frac{3}{2+s}$$

٩

(أ)  $\frac{6}{s}$     
 (ب)  $\frac{s}{6}$     
 (ج)  $6s$     
 (د)  $\frac{3}{s}$

$$1 = \frac{1+vp}{1+vp} = \frac{1+vp-vp}{1+vp} = \frac{1}{1+vp} + \frac{vp}{1+vp} - \frac{2vp}{1+vp}$$

١٠

(أ)  $1+v$     
 (ب)  $\frac{1+v}{3+v}$     
 (ج)  $\frac{1+3v}{1+v}$     
 (د)  $1$





# الوحدة الرابعة الهندسة الإحداثية وهندسة التحويلات

## Analytic Geometry and Transformations

معالم حضارية  
Cultural Landmarks

تهتمّ دولتنا الحبيبة الكويت بمعالمها الحضارية اهتمامًا واضحًا، فقد زخرت بالعديد من المظاهر العمرانية العصرية والمباني الشاهقة ذات التصاميم الجميلة ومجمّعات التسوّق الضخمة والتي شُيّدت على أحدث طراز .

## مشروع الوحدة : ( معالم حضارية )

تعتمد الزخرفة الهندسية على التكرار والتداخل للأشكال الهندسية واللذين يعتمدان بدورهما على التحويلات الهندسية للأشكال ، وقد أبدع المسلمون في استخدام أشكال الزخارف الهندسية في فنون العمارة ، ومن الأمثلة على ذلك المسجد النبوي في المدينة المنورة والمسجد الكبير في مدينة الكويت .

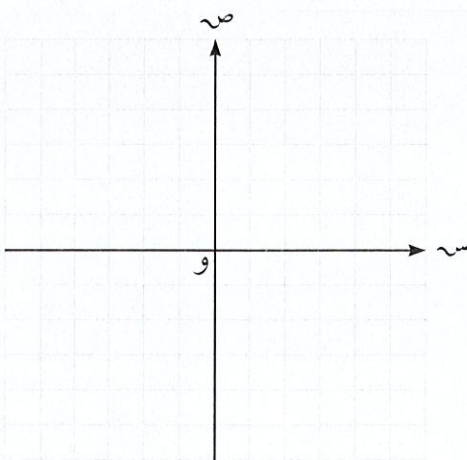


### خطة العمل :

- عمل تصميم زخرفي بتوظيف التحويلات الهندسية .

### خطوات تنفيذ المشروع :

- يقسّم المعلم المتعلمين إلى مجموعات .
- أنشئ المربع  $A$  بجد الذي إحداثيات رؤوسه  $A(1,1)$ ،  $B(1,-1)$ ،  $C(-1,-1)$ ،  $D(-1,1)$  .
- أرسم المربع  $A$  بجد  $D$  صورة المربع  $A$  بجد بتكبير  $T(2,0)$  حيث  $(0,0)$  نقطة الأصل .
- ثم ارسم المربع  $A$  بجد  $D$  صورة المربع  $A$  بجد بتكبير  $T(4,0)$  .
- قُم بتدوير المربعات التي رسمتها بدوران مركزه نقطة الأصل  $(0,0)$  وفي اتجاه حركة عقارب الساعة وبزاوية قياسها  $45^\circ$  (استخدم الأدوات الهندسية) .
- لوّن الشكل الناتج للحصول على شكل زخرفي جميل .



### علاقات وتواصل :

- تبادل المجموعات العمل وتأكّد من صحّته .

### عرض العمل :

- تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

## مخطط تنظيمي للوحدة الرابعة

### الهندسة الإحداثية وهندسة التحويلات

#### هندسة التحويلات

التكبير

الدوران

#### الهندسة الإحداثية

إحداثيا منتصف قطعة  
مستقيمة في المستوى  
الإحداثي

المسافة بين نقطتين في  
المستوى الإحداثي



## استعدّ للوحدة الرابعة



١ أكمل ما يلي :

$$|1 + 3 - 1| = |(1 - ) - 3 - | \quad \text{ب}$$

$$14 - 1 =$$

$$c =$$

$$\sqrt{10} \times \sqrt{4} = \sqrt{40} \quad \text{أ}$$

$$\sqrt{17} \times \sqrt{4} =$$

$$\sqrt{17} \times c =$$

٢ في المستوى الإحداثي ،

اكتب إحداثيات النقاط التالية :

أ ( ١ ، ٣ )

ب ( ٤ ، ٤ )

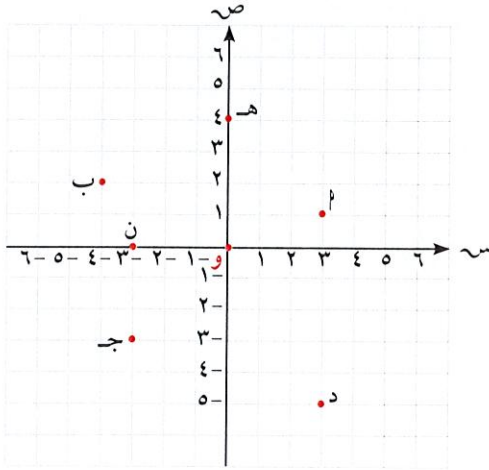
ج ( ٣ ، ٣ )

د ( ٥ ، ٢ )

هـ ( ٤ ، ٥ )

ن ( ٣ ، ٥ )

و ( ٤ ، ٥ )

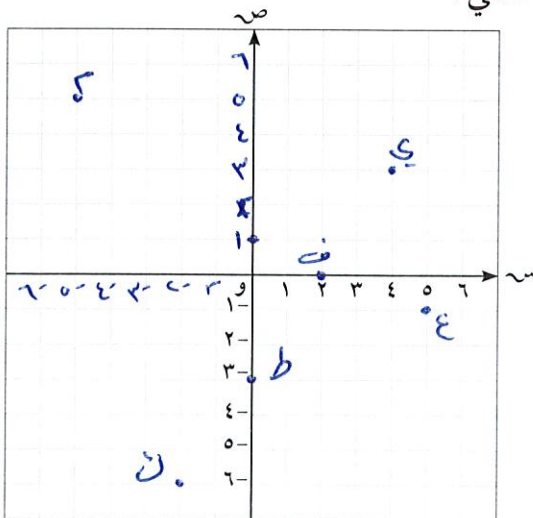


٣ عيّن النقاط التالية على المستوى الإحداثي :

ع ( ١ ، ٥ ) ، ك ( -٢ ، -٦ ) ،

ف ( ٠ ، ٢ ) ، ط ( ٣ ، ٠ ) ،

م ( ٥ ، -٥ ) ، ي ( ٣ ، ٤ )





٤ حلّ المعادلات التالية :

$$\frac{ص + ٥}{٢} = ٣ \quad \text{ب)}$$

$$ص + ٥ = ٦$$

$$ص = ٦ - ٥ = ١$$

$$ص = ١$$

$$١ - = \frac{٢ + س}{٢} \quad \text{أ)}$$

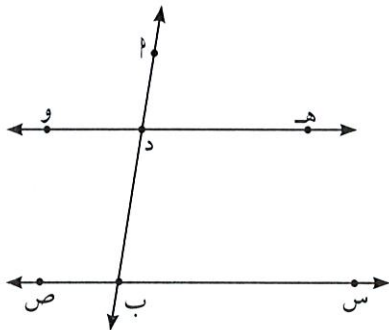
$$٢ - ٢ = ٢ + س - ٢$$

$$٠ = ٢ + س - ٢$$

$$٠ = س$$

٥ في الشكل المقابل : تحقّق من توازي

هـ و ، س ص باستخدام الأدوات الهندسية .



٦ حلّ التناسب في كلّ ممّا يلي :

$$\frac{٩}{ص} = \frac{٣}{٥} \quad \text{ب)}$$

$$٩ \times ٥ = ٣ \times ص$$

$$٤٥ = ٣ص$$

$$\frac{٦}{٨} = \frac{س}{٤} \quad \text{أ)}$$

$$٦ \times ٤ = ٨س$$

$$\frac{٦}{٨} = س$$



## المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي Distance Between Two Points In a Plane

١-٤

سوف تتعلم: إيجاد المسافة (البعد) بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

نشاط:

المسافة (البعد) بين نقطتين على محور الإحداثيات هي القيمة المطلقة للفرق بين إحداثيي هاتين النقطتين.

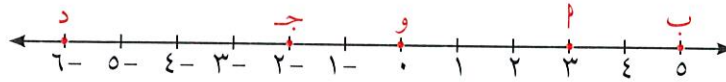
$$|1ع - ٢ع| = ١ب$$

إحداثي النقطة ب
إحداثي النقطة أ

طول ١ب



من الشكل المرسوم، أكمل ما يلي:



١) ١ب = | ٣ - ٥ | = | ..... | = ..... وحدة طول

٢) ١ج = | ..... - (٢ -) | = | ..... | = .....

٣) ١د = | ..... - ..... | = | ..... - ..... | = .....

(تحقق بالعدّ في كلِّ مما سبق)

العبارات والمفردات:

المسافة

Distance

المستوى

Plane

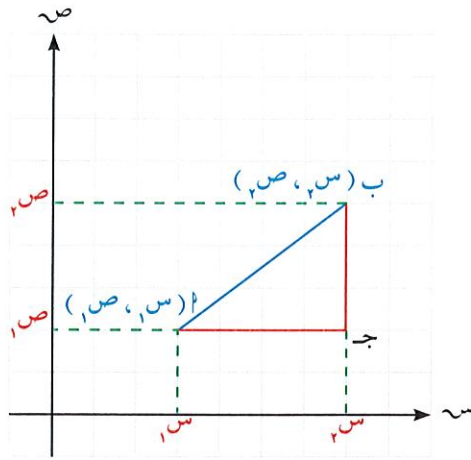
معلومات مفيدة:

يستخدم المساحون  
البعد بين نقطتين  
لإيجاد البعد بين القرى  
والمدن.



لاحظ أن:

$$|١ع - ٢ع| = |٢ع - ١ع|$$



لإيجاد البعد بين النقطتين  $A(س١, ص١)$  ،  
 $B(س٢, ص٢)$  في المستوى الإحداثي .

من الشكل المقابل :

$$ج٢ = |س١ - س٢|$$

$$ج١ = |ص١ - ص٢|$$

∴ المثلث  $AB$  قائم الزاوية في ج

$$∴ (AB)² = (ج١)² + (ج٢)²$$

$$= (|س١ - س٢|)² + (|ص١ - ص٢|)²$$

$$= (س١ - س٢)² + (ص١ - ص٢)²$$

$$∴ AB = \sqrt{(س١ - س٢)² + (ص١ - ص٢)²}$$

لاحظ أن :

$$|س١ - س٢| = |س٢ - س١|$$

أي أن :

البعد بين النقطتين  $A(س١, ص١)$  ،  $B(س٢, ص٢)$  هو :

$$AB = \sqrt{(س١ - س٢)² + (ص١ - ص٢)²}$$

لاحظ أن :

$$= \sqrt{(س١ - س٢)² + (ص١ - ص٢)²}$$

**مثال ( ١ ) :**

أوجد البعد بين النقطتين  $A(١, ١)$  ،  $B(٤, ٥)$

**الحل :**

$$AB = \sqrt{(س١ - س٢)² + (ص١ - ص٢)²}$$

$$= \sqrt{(١ - ٤)² + (١ - ٥)²}$$

$$= \sqrt{(٣)² + (٤)²}$$

$$= \sqrt{٩ + ١٦}$$

$$= \sqrt{٢٥} = ٥ \text{ وحدة طول}$$



تدرّب (١) :

أوجد البعد بين النقطتين  $A(٢, ٥)$  ،  $B(٨, -٣)$  .

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(٨ - ٢)^2 + (-٣ - ٥)^2}$$

$$= \sqrt{٦^2 + (-٨)^2}$$

$$= \sqrt{٣٦ + ٦٤}$$

$$= \sqrt{١٠٠} = ١٠ \text{ وحدة طول}$$

تدرّب (٢) :

إذا كانت  $A(٢, -١)$  ،  $B(-٢, ٦)$  ، أوجد  $AB$  .

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-٢ - ٢)^2 + (٦ - (-١))^2}$$

$$= \sqrt{(-٤)^2 + (٧)^2}$$

$$= \sqrt{١٦ + ٤٩}$$

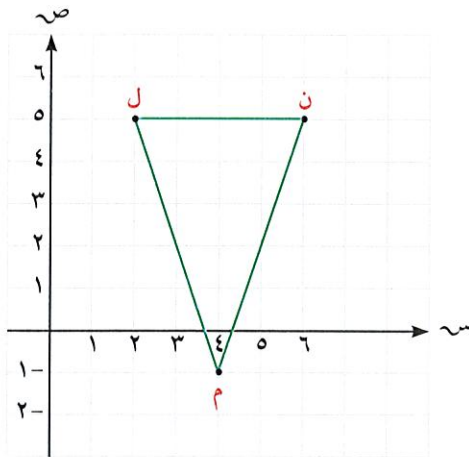
$$= \sqrt{٦٥} \text{ وحدة طول}$$





### مثال ( ٢ ) :

في الشكل أدناه : يبين نوع المثلث ل م ن بالنسبة إلى أطوال أضلاعه حيث إحداثيات رؤوسه هي : ل ( ٥ ، ٢ ) ، م ( ١ ، ٤ ) ، ن ( ٥ ، ٦ ) .



### الحل :

$$\begin{aligned} \text{ل م} &= \sqrt{(٥ - ١)^2 + (٢ - ٤)^2} \\ &= \sqrt{(٤)^2 + (-٢)^2} \\ &= \sqrt{١٦ + ٤} \\ &= \sqrt{٢٠} \\ &= ٢\sqrt{٥} \text{ وحدة طول} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{م ن} &= \sqrt{(١ - ٥)^2 + (٤ - ٦)^2} \\ &= \sqrt{(-٤)^2 + (-٢)^2} \\ &= \sqrt{١٦ + ٤} \\ &= \sqrt{٢٠} \\ &= ٢\sqrt{٥} \text{ وحدة طول} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ل ن} &= \sqrt{(٥ - ٥)^2 + (٢ - ٦)^2} \\ &= \sqrt{(٠)^2 + (-٤)^2} \\ &= \sqrt{١٦} \\ &= ٤ \text{ وحدة طول} \end{aligned}$$

∴ المثلث ل م ن فيه ل م = م ن

∴ المثلث ل م ن متطابق الضلعين



تدرّب (٣) :

استخدم الحاسب الذهني لإيجاد البعد بين النقطتين التاليتين :

أ ب

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ب (٢، ٧) ، ب (٦، ٧) ، ب (٢، ٧) ، ب (٤، ٠) ، ب (٠، ٣)

$$\sqrt{(6-2)^2 + (7-7)^2} = \sqrt{4^2 + 0} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{(2-2)^2 + (7-7)^2} = \sqrt{0 + 0} = \sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

تدرّب (٤) :

لتكن ب نقطة تنتمي إلى دائرة مركزها نقطة الأصل و .

أوجد طول نصف قطر الدائرة .

ب و تمثل نصف قطر الدائرة

إحداثيات النقطتين ب ، و هما :

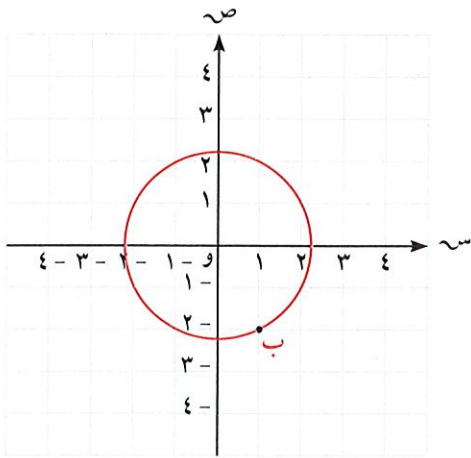
ب (١ ، -٢) ، و (٠ ، ٤)

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(1-0)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{1 + 36} = \sqrt{37}$$

$$\sqrt{(0-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{0 + 16} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{37} = 4$$



تمرّن :

أوجد البعد بين النقطتين ب (٦، ٧) ، ب (٢، ٤)

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(6-2)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$



٢ إذا كانت  $P(8, -3)$ ،  $B(2, 5)$ ، أوجد طول  $\overline{PB}$ .

$$PB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - 8)^2 + (5 - (-3))^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + (8)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64}$$

$$= \sqrt{100} = 10 \text{ وحدة طول}$$

٣ أوجد البعد بين النقطتين  $E(-3, 5)$ ،  $K(-1, 5)$ .

$$EK = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(5 - 5)^2 + (-1 - (-3))^2}$$

$$= \sqrt{0 + 4}$$

$$= \sqrt{4} = 2 \text{ وحدة طول}$$

٤ أوجد البعد بين النقطتين  $L(4, 0)$ ،  $N(0, -2)$ .

$$LN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(0 - 4)^2 + (-2 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 4}$$

$$= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ وحدة طول}$$

٥ لتكن  $P(5, 12)$  نقطة تنتمي إلى دائرة مركزها نقطة الأصل  $O$ .  
أوجد طول نصف قطر الدائرة.

$$OP = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(12 - 0)^2 + (5 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{144 + 25}$$

$$= \sqrt{169} = 13 \text{ وحدة طول}$$



٦ ط ل قطر في دائرة حيث ط (٢، ٠) ، ل (٤، ٨) .  
أوجد طول نصف قطر الدائرة .

$$ط ل = \sqrt{(٢-٤)^2 + (٠-٨)^2}$$

$$= \sqrt{٤ + ٦٤} = \sqrt{٦٨}$$

$$١٠ = \sqrt{٦٨} = \sqrt{٤ \times ١٧} = ٢\sqrt{١٧}$$

$$١٠ = ٢\sqrt{١٧} \Rightarrow \sqrt{١٧} = ٥$$

٧ أوجد طول قطر المستطيل أ ب ج د الذي إحداثيات رؤوسه هي:  
أ (٢، ٦) ، ب (٨، ٦) ، ج (٨، ١) ، د (٢، ١)

قطر المستطيل متطابقان

قطر المستطيل هو طول أ ب أو ب د

$$أ ب = \sqrt{(٢-٨)^2 + (٦-٦)^2}$$

$$= \sqrt{٣٦ + ٠} = \sqrt{٣٦} = ٦$$

$$ب د = \sqrt{(٨-٢)^2 + (٦-١)^2} = \sqrt{٣٦ + ٢٥} = \sqrt{٦١}$$



٨ بين نوع المثلث ل م ن بالنسبة إلى أطوال أضلاعه حيث إحداثيات رؤوسه هي :

$$ل (٣، ٥) ، م (-٣، ٠) ، ن (١، ٢) .$$

$$ل م = \sqrt{(٣-٥)^2 + (٥-٠)^2} = \sqrt{٤+٢٥} = \sqrt{٢٩}$$

$$م ن = \sqrt{(-٣-١)^2 + (٠-٢)^2} = \sqrt{١٦+٤} = \sqrt{٢٠}$$

$$ل ن = \sqrt{(٣-١)^2 + (٥-٢)^2} = \sqrt{٤+٩} = \sqrt{١٣}$$

$$ل م = \sqrt{(٣-٥)^2 + (٥-٠)^2} = \sqrt{٢٩}$$

$$م ن = \sqrt{(-٣-١)^2 + (٠-٢)^2} = \sqrt{٢٠}$$

$$ل ن = \sqrt{(٣-١)^2 + (٥-٢)^2} = \sqrt{١٣}$$

$$ل م = \sqrt{(٣-٥)^2 + (٥-٠)^2} = \sqrt{٢٩}$$

$$م ن = \sqrt{(-٣-١)^2 + (٠-٢)^2} = \sqrt{٢٠}$$

$$ل ن = \sqrt{(٣-١)^2 + (٥-٢)^2} = \sqrt{١٣}$$

مختلف الأضلاع.



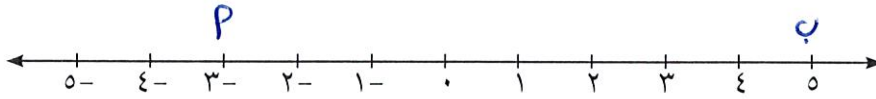
## إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي Midpoint Coordinates in a Plane

٢-٤

سوف تتعلم: إيجاد إحداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي.

نشاط:

مثل النقطة  $P$  التي إحداثياتها  $-3$ ، والنقطة  $B$  التي إحداثياتها  $5$  على المحور الإحداثي.



١ مثل النقطة  $J$  منتصف  $\overline{AB}$ .

٢ أكمل:

إحداثي النقطة  $P$  + إحداثي النقطة  $B$

$$\frac{-3 + 5}{2} = 1$$

إحداثي النقطة  $J$  =

أي أن:

إذا كانت  $P$  إحداثي النقطة  $A$ ،  $S_1$  إحداثي النقطة  $B$ ، حيث  $P$ ،  $B$  نقطتين على محور إحداثي وكانت  $J$  نقطة منتصف  $\overline{AB}$  فإن:  
إحداثي النقطة  $J$  هو  $\frac{S_1 + S_2}{2}$ .

تدرّب (١)

أوجد إحداثي النقطة  $D$  منتصف  $\overline{AC}$ ، إذا كان إحداثي النقطة  $A$  هو  $-12$ ، وإحداثي النقطة  $C$  هو  $6$ .

$$D = \frac{-12 + 6}{2} = -3$$

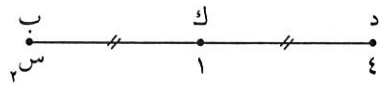


### مثال ( ١ ) :

إذا كانت النقطة ك تنصف د ب على محور إحداثي ، بفرض أن إحداثي النقطة ك هو ١ وإحداثي النقطة د هو ٤ ، أوجد إحداثي النقطة ب .

### الحل :

نفرض أن إحداثيات النقاط د ، ك ، ب على الترتيب هي  $s_1$  ،  $s_2$  ،  $s_3$



$$\frac{s_2 + s_1}{2} = s_3$$

$$\frac{s_2 + 4}{2} = 1$$

$$s_2 + 4 = 2$$

$$s_2 = 2 - 4 = -2$$

∴ إحداثي النقطة ب هو -2

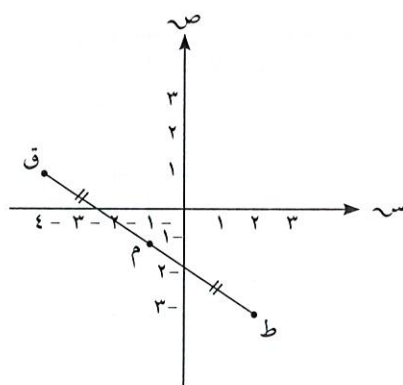
في المستوى الإحداثي إذا كانت  $M(s_1, v_1)$  ،  $B(s_2, v_2)$  فإن  $\overline{AB}$  إحداثيا نقطة منتصف  $\overline{AB}$  هي

$$\left( \frac{s_1 + s_2}{2}, \frac{v_1 + v_2}{2} \right)$$

### مثال ( ٢ ) :

إذا كانت ط  $(2, -3)$  ، ق  $(-1, 4)$  ، فأوجد النقطة م التي تنصف ط ق .

### الحل :



$$\text{نقطة المنتصف م } \left( \frac{s_1 + s_2}{2}, \frac{v_1 + v_2}{2} \right)$$

$$\left( \frac{1 + (-3)}{2}, \frac{(4-) + 2}{2} \right) =$$

$$\left( \frac{(2-)}{2}, \frac{(2-)}{2} \right) =$$

$$(1-, 1-) =$$



تدرّب (٢) :

أوجد إحداثيا النقطة ف منتصف ع ل في كل مما يلي :

<p>ب) ع (٧، ٢-) ، ل (٤-، ١-)</p> <p>أحداثي ف = <math>\left( \frac{ص+١ص}{٢} ، \frac{س+١س}{٢} \right)</math></p> <p><math>\left( \frac{٤-+٧}{٢} ، \frac{١-+٢-}{٢} \right) =</math></p> <p><math>\left( \frac{٣}{٢} ، \frac{٣-}{٢} \right) =</math></p>	<p>أ) ع (٥-، ٣) ، ل (١، ٣-)</p> <p>أحداثي ف = <math>\left( \frac{ص+١ص}{٢} ، \frac{س+١س}{٢} \right)</math></p> <p><math>\left( \frac{١+٥-}{٢} ، \frac{٣-+٣}{٢} \right) =</math></p> <p><math>(٢-، ٣) =</math></p>
--	--

مثال (٣) :

إذا كانت م (٣، ٢) تنصف ب ج حيث ب (٠، ١-) ، ج (س، ص) ، فأوجد النقطة ج .

الحل :

∴ نقطة المنتصف م  $\left( \frac{ص+١ص}{٢} ، \frac{س+١س}{٢} \right)$

∴  $(٣، ٢) = \left( \frac{ص+٠}{٢} ، \frac{س+١-}{٢} \right)$

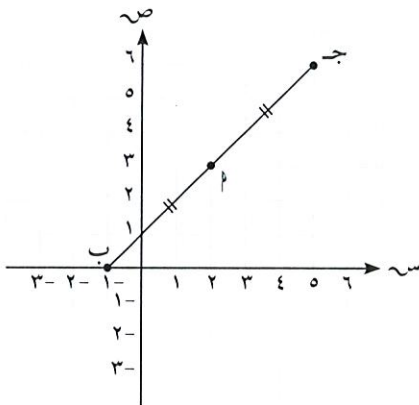
$٣ = \frac{ص+٠}{٢}$  |  $٢ = \frac{س+١-}{٢}$

$٦ = ص+٠$  |  $٤ = س+١-$

$٦ = ص$  |  $١+٤ = س$

$٥ =$

∴ النقطة ج (٦، ٥)







تدرّب (٣) :

إذا كانت م (١-، ٢-) نقطة منتصف  $\overline{AB}$  حيث  $A(٢، -٣)$ ، أوجد النقطة ب .

$$M \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$(1, -2) = \left( \frac{x + 2}{2}, \frac{-3 + y}{2} \right)$$

$$1 = \frac{x + 2}{2} \quad -2 = \frac{-3 + y}{2}$$

$$2 = x + 2 \quad -4 = -3 + y$$

$$x = 0 \quad y = -1$$

∴ نقطة ب (٠، -١)

تمرّن :

١ أوجد النقطة م منتصف  $\overline{AB}$  حيث  $A(٣، -١)$  ، ب (٧، -١) .

$$M \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$M = \left( \frac{3 + 7}{2}, \frac{-1 + (-1)}{2} \right)$$

$$M = (5, -1)$$

٢ أوجد النقطة ن منتصف  $\overline{CD}$  حيث ج (٣، -٥) ، د (-٩، -٤) .

$$N \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$N = \left( \frac{3 + (-9)}{2}, \frac{-5 + (-4)}{2} \right)$$

$$N = (-3, -4.5)$$



٣ أوجد النقطة ع منتصف ف ق حيث ف (-١١، ٦) ، ق (٨، ٦).

$$ع \left( \frac{١١ + ٨}{٢} ، \frac{٦ + ٦}{٢} \right)$$

$$= \left( \frac{١٩}{٢} ، \frac{١٢}{٢} \right)$$

$$= (٩.٥ ، ٦)$$

٤ أوجد النقطة ت منتصف ح ز حيث ح (١٧، -١٠) ، ز (١٣، -٥).

$$ت \left( \frac{١٧ + ١٣}{٢} ، \frac{-١٠ + -٥}{٢} \right)$$

$$= \left( \frac{٣٠}{٢} ، \frac{-١٥}{٢} \right)$$

$$= (١٥ ، -٧.٥)$$

$$= (١٥ ، -٧.٥)$$

٥ إذا كانت ك (٩، ٣) تنصف د ف حيث د (-٣، -١) ، فأوجد النقطة ف .

$$ك \left( \frac{٣ + ٩}{٢} ، \frac{-١ + -٣}{٢} \right)$$

$$: (٩، ٣) = \left( \frac{٣ + ٩}{٢} ، \frac{-١ + -٣}{٢} \right)$$

$$٩ = \frac{٣ + ٩}{٢} \quad ٩ = \frac{٣ + ٣}{٢}$$

$$١٨ = ٣ + ٩ \quad ١٨ = ٣ + ٣$$

$$٧ = ٣ \quad ١ = ٣$$

$$ف (٧، ١)$$



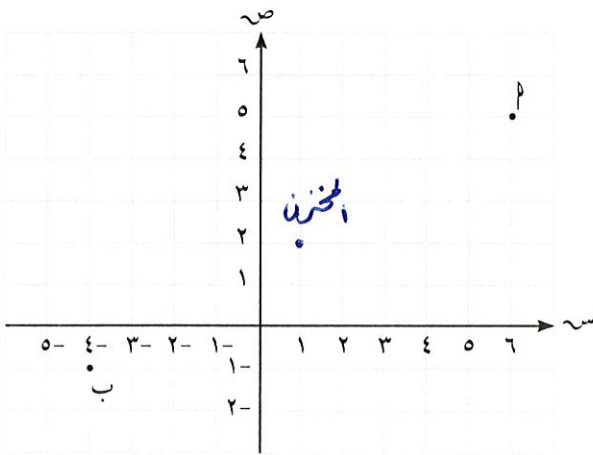
٦ أ ب قطر في الدائرة التي مركزها م حيث م (٥، ١-) ، ب (٧، ١-) ،  
أوجد :

أ النقطة م مركز الدائرة .

$$\begin{aligned} \text{م} &= \left( \frac{٧+١}{٢} , \frac{١+١}{٢} \right) \\ &= \left( \frac{٨}{٢} , \frac{٢}{٢} \right) \\ &= (٤ , ١) \end{aligned}$$

ب طول نصف قطر الدائرة .

$$\begin{aligned} \text{طول نصف قطر} &= \frac{1}{2} \sqrt{(٧-٤)^2 + (١-١)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(٣)^2 + (٠)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{٩+٠} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{٩} \\ &= \frac{٣}{٢} \end{aligned}$$



٧ النقطتان م ، ب تمثلان موقعين  
لمبنيين يملكهما أحمد .

أراد أحمد إنشاء مخزن يقع  
في منتصف المسافة بين المبنيين .  
أوجد النقطة التي تمثل موقع  
المخزن إذا كانت م (٥، ٦) ،  
ب (-١، -٢) كما في الشكل .

$$\begin{aligned} \text{المخزن} &= \left( \frac{٥+(-١)}{٢} , \frac{٦+(-٢)}{٢} \right) \\ &= \left( \frac{٤}{٢} , \frac{٤}{٢} \right) \\ &= (٢ , ٢) \end{aligned}$$

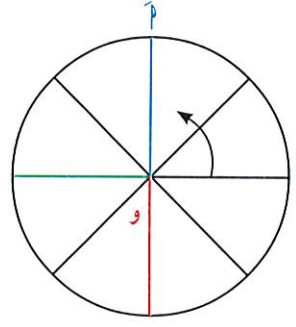
## الدوران Rotation

٣-٤



سوف تتعلم: الدوران وكيفية إيجاد صورة شكل هندسي بالدوران.

نشاط (١):



عجلة الدراجة

من الشكل المرسوم:

يوضح السهم اتجاه حركة عجلة الدراجة الهوائية وهي تدور حول نقطة ثابتة ولتكن مركز الدائرة (و). أكمل كلاً مما يلي:

و  $\overline{P}$  هو نصف قطر للدائرة

و  $\overline{P}$  هو نصف قطر آخر للدائرة

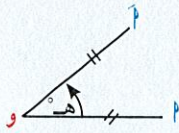
∴  $\overline{P} = \overline{P}$

الدوران هو تحويل هندسي يعين لكل نقطة  $P$  في المستوى نقطة أخرى  $P'$  بحيث:

$\overline{OP} = \overline{OP'}$  ، و  $\angle POP'$  (و نقطة صامدة، تُسمى مركز الدوران) ،

$\overline{OP} = \overline{OP'}$  ،

$(\overline{OP} \wedge \overline{OP'})$  هي زاوية الدوران وقياسها  $h^\circ$ .



نرمز إلى الدوران الذي مركزه نقطة الأصل (و) وقياس زاويته  $(h^\circ)$  بالرمز  $D(و، h^\circ)$ .

سنعتبر الدوران موجباً إذا كان عكس اتجاه حركة عقارب الساعة ،

وسنعتبر الدوران سالباً إذا كان مع اتجاه حركة عقارب الساعة .

العبارات والمفردات:  
التحويل الهندسي  
Transformation  
الدوران  
Rotation

ملاحظة:

(١)



اللعبة الموضحة في

الشكل تدور حول نقطة ثابتة ، ويكون الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة .

(٢)



اللعبة الموضحة في

الشكل تدور حول نقطة ثابتة ، ويكون الدوران في اتجاه مضاة لحركة عقارب الساعة .

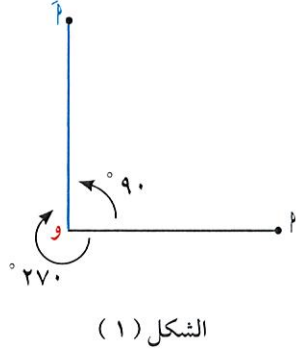
تذكر أن:

إذا كانت صورة النقطة تحت تأثير أي تحويل هندسي هي النقطة نفسها ، فإنها تُسمى نقطة صامدة .



من النشاط السابق :

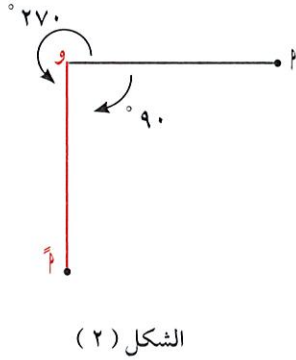
• في الشكل ( ١ ) :



الشكل ( ١ )

عندما تدور العجلة من الوضع  $P$  إلى الوضع  $P'$  يتعين دوراناً موجباً (عكس اتجاه حركة عقارب الساعة) مركزه  $O$  قياس زاويته  $90^\circ$  ونعبر عنه بالرمز :  $(90^\circ, +)$  لاحظ أن دوراناً موجباً حول  $O$  قياس زاويته  $90^\circ$  يكافئ دوراناً سالباً حول  $O$  قياس زاويته  $270^\circ$  ففي الحالتين تدور العجلة من الوضع  $P$  إلى الوضع  $P'$   $(90^\circ, +)$  يكافئ  $(270^\circ, -)$ .

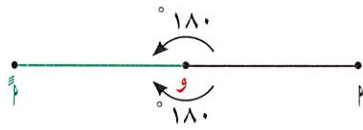
• في الشكل ( ٢ ) :



الشكل ( ٢ )

عندما تدور العجلة من الوضع  $P$  إلى الوضع  $P'$  يتعين دوراناً سالباً (مع اتجاه حركة عقارب الساعة) مركزه  $O$  قياس زاويته  $90^\circ$  ونعبر عنه بالرمز :  $(90^\circ, -)$  كذلك نلاحظ أن دوراناً سالباً حول  $O$  قياس زاويته  $90^\circ$  يكافئ دوراناً موجباً حول  $O$  قياس زاويته  $270^\circ$  ففي الحالتين تدور العجلة من الوضع  $P$  إلى الوضع  $P'$   $(90^\circ, -)$  يكافئ  $(270^\circ, +)$ .

• في الشكل ( ٣ ) :



الشكل ( ٣ )

كذلك نلاحظ أن دوراناً سالباً حول  $O$  قياس زاويته  $180^\circ$  يكافئ دوراناً موجباً حول  $O$  قياس زاويته  $180^\circ$  ففي الحالتين تدور العجلة من الوضع  $P$  إلى الوضع  $P'$   $(180^\circ, -)$  يكافئ  $(180^\circ, +)$ .

تدرّب (١) :

أكمل ما يلي :

أ) د (و،  $30^\circ$ ) هو :

ب) د (و،  $120^\circ$ ) هو :

دوران حول ..... (و)

دوران حول ..... (و)

في اتجاه ..... حركة عقارب الساعة

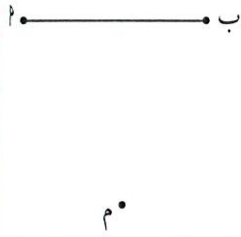
في اتجاه ..... حركة عقارب الساعة

بزاوية قياسها .....  $30^\circ$

بزاوية قياسها .....  $120^\circ$

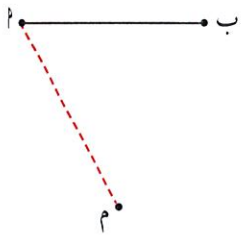
### مثال تمهيدي :

ارسم صورة  $\overline{AB}$  تحت تأثير الدوران :  
د ( م ، - ٧٥ )

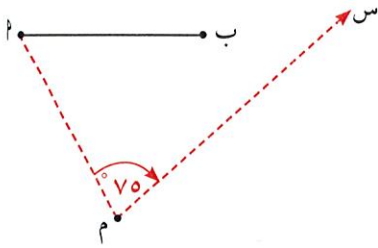


### الحل :

١ نعين  $A'$  صورة النقطة  $A$  كالآتي :

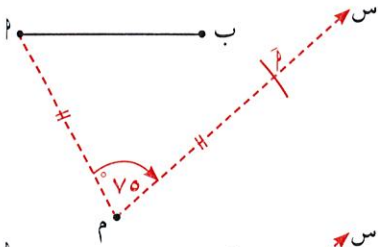


أ نرسم القطعة المستقيمة  $M A'$



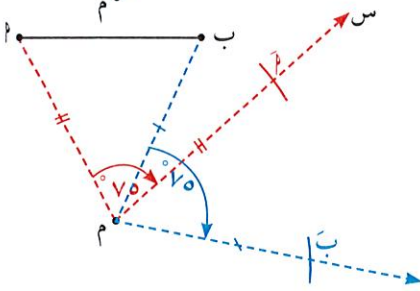
ب باستخدام المنقلة نرسم زاوية قياسها  $75^\circ$

رأسها النقطة  $M$  وضلعيها  $M A'$  ،  $M S$

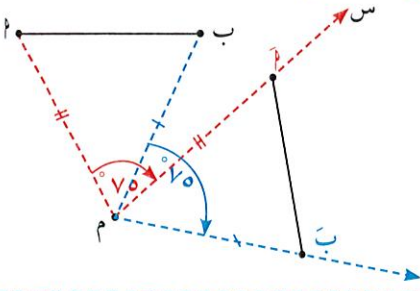


ج باستخدام الفرجار نعين  $A''$  على  $M S$

حيث  $M A'' = M A'$

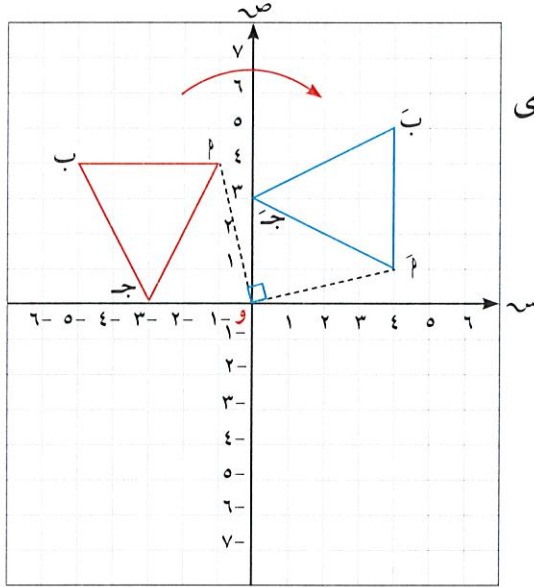


٢ نعين  $B'$  صورة النقطة  $B$  بالطريقة نفسها .



٣ نرسم  $\overline{A'B'}$  صورة  $\overline{AB}$  .

نشاط (٢):



رُسم المثلث  $\Delta$  ب ج على شبكة المستوى الإحداثي حيث  $\Delta$  (١ - ٤)،

ب (٥ - ٤)، ج (٣ - ٠)

• ثبّت ورقة شفافة على المستوى وقم برسم المثلث  $\Delta$  ب ج والمحاور على الورقة الشفافة.

• ثبّت سنّ دبوس عند النقطة (و) وقم بتدوير الورقة الشفافة بزاوية قياسها  $90^\circ$  مع اتجاه حركة عقارب

الساعة لتحصل على المثلث  $\Delta$  ب ج صورة المثلث  $\Delta$  ب ج ونعبر عن ذلك كالتالي:

$$\Delta \text{ ب ج د } (90^\circ, \text{و}) \leftarrow \Delta \text{ ب ج د}$$

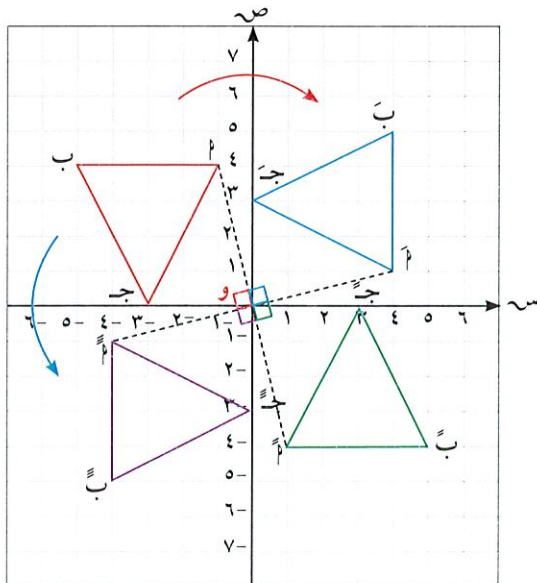
• وباستخدام نفس الورقة الشفافة السابقة، دوّر وارسم صورة  $\Delta$  ب ج:

١ حول نقطة الأصل (و) بزاوية قياسها  $180^\circ$  مع اتجاه حركة عقارب الساعة

$$\Delta \text{ ب ج د } (180^\circ, \text{و}) \leftarrow \Delta \text{ ب ج د}$$

٢ حول نقطة الأصل (و) بزاوية قياسها  $90^\circ$  عكس اتجاه حركة عقارب الساعة

$$\Delta \text{ ب ج د } (90^\circ, \text{و}) \leftarrow \Delta \text{ ب ج د}$$



٣ أكمل الجدول التالي وفقاً للخطوات السابقة :

الدوران	الرؤوس	١ (٤، ١-)	ب (٤، ٥-)	ج (٠، ٣-)
د (و، -٩٠°)	١ (١، ٤)	ب (٤، ٥-)	ج (٣، ٠-)	
د (و، -١٨٠°)	١ (٤، ١-)	ب (٥، -٤)	ج (٣، ٠-)	
د (و، ٩٠°)	١ (٤، ١-)	ب (٥، -٤)	ج (٣، ٠-)	
د (و، -٢٧٠°)	١ (٤، ١-)	ب (٥، -٤)	ج (٣، ٠-)	
د (و، ٢٧٠°)	١ (٤، ١)	ب (٥، ٤)	ج (٣، ٠)	
د (و، ١٨٠°)	١ (٤، ١)	ب (٥، ٤)	ج (٣، ٠)	

ماذا تلاحظ ؟

مما سبق نستنتج أنه :

إذا كانت (س، ص) نقطة في المستوى الإحداثي فإن :

- (١) (س، ص) د (و، -٩٠°) ← (ص، -س) يُسمّى دوران ربع دورة (¼ دورة).
- (س، ص) د (و، ٩٠°) ← (-ص، س) يُسمّى دوران ربع دورة (¼ دورة).
- (٢) (س، ص) د (و، -١٨٠°) ← (-ص، -س) يُسمّى دوران نصف دورة (½ دورة).
- (س، ص) د (و، ١٨٠°) ← (-ص، -س) يُسمّى دوران نصف دورة (½ دورة).
- (٣) (س، ص) د (و، -٢٧٠°) ← (-ص، س) يُسمّى دوران ¾ دورة.
- (س، ص) د (و، ٢٧٠°) ← (ص، -س) يُسمّى دوران ¾ دورة.





## خواص الدوران

تحقق من الخواص التالية :

- ( ١ ) الدوران يحافظ على الاستقامة .
- ( ٢ ) الدوران يحافظ على البينية .
- ( ٣ ) الدوران يحافظ على قياسات الزوايا .
- ( ٤ ) الدوران يحافظ على التوازي .
- ( ٥ ) الدوران يحافظ على الأبعاد .
- ( ٦ ) الدوران يحافظ على الاتجاه الدوراني .

تدرّب (٢) :

أكمل كلاً ممّا يلي حيث ( و ) نقطة الأصل :

$$( ٥ ، ٣ ) \quad \text{د ( و ، } ٩٠^\circ \text{ )} \quad \leftarrow ( ٣ ، ٥ )$$

$$( ٤ - ، ١ ) \quad \text{د ( و ، } ٩٠^\circ \text{ - )} \quad \leftarrow ( ١ ، ٤ )$$

$$( ٠ ، ٢ ) \quad \text{د ( و ، } ١٨٠^\circ \text{ )} \quad \leftarrow ( ٢ ، ٠ )$$

$$( ٣ - ، ٦ - ) \quad \text{د ( و ، } ١٨٠^\circ \text{ - )} \quad \leftarrow ( ٦ ، ٣ )$$

$$( ١ - ، ٠ ) \quad \text{د ( و ، } ٢٧٠^\circ \text{ )} \quad \leftarrow ( ٠ ، ١ )$$

$$( ٢ ، ٧ - ) \quad \text{د ( و ، } ٢٧٠^\circ \text{ - )} \quad \leftarrow ( ٧ - ، ٢ )$$

## فكر وناقش

هل د ( و ، ١٠٠° ) يكافئ د ( و ، ٢٦٠° )؟ فسر إجابتك .

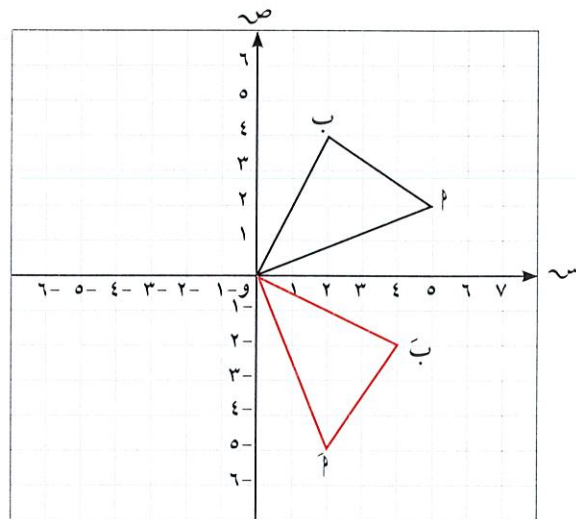


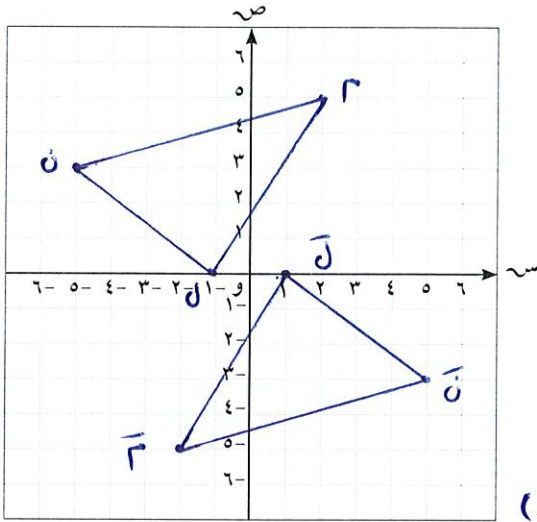
**مثال :**

أرسم المثلث  $\Delta$  ب و الذي رؤوسه :  $\Delta$  ( ٢ ، ٥ ) ، ب ( ٤ ، ٢ ) ، و ( ٠ ، ٠ ) ،  
ثم ارسم صورته بدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها  $90^\circ$  مع اتجاه حركة عقارب  
الساعة .

**الحل :**

( ص ، - س )	$\xrightarrow{(\text{و}، - \text{و} - 90^\circ)}$	( ص ، ص )
$\Delta$ ( ٥ ، - ٢ )	$\xrightarrow{(\text{و}، - \text{و} - 90^\circ)}$	$\Delta$ ( ٢ ، ٥ )
ب ( ٤ ، - ٢ )	$\xrightarrow{(\text{و}، - \text{و} - 90^\circ)}$	ب ( ٤ ، ٢ )
و ( ٠ ، ٠ ) نقطة صامدة	$\xrightarrow{(\text{و}، - \text{و} - 90^\circ)}$	و ( ٠ ، ٠ )
$\Delta$ ب و	$\xrightarrow{(\text{و}، - \text{و} - 90^\circ)}$	$\Delta$ ب و





### تدرّب (٣) :

أرسم المثلث ل م ن الذي إحداثيات رؤوسه :

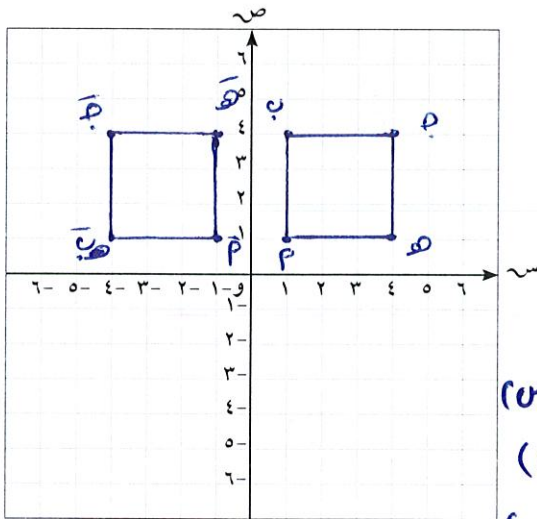
ل (-١، ١) ، م (٥، ٢) ، ن (٣، ٥-)

ثمّ ارسم صورته بدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها ١٨٠° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة .

ل (١، -١) د (١٨، ٢) ← ج (١، -١)

م (٥، ٢) د (١٨، ٢) ← ج (٥، ٢)

ن (٣، ٥-) د (١٨، ٢) ← ج (٣، ٥-)



### تدرّب (٤) :

أرسم المربع أ ب ج د الذي إحداثيات رؤوسه :

أ (١، ١) ، ب (٤، ١) ، ج (٤، ٤) ، د (١، ٤)

ثمّ ارسم صورته تحت تأثير د (و، -٢٧٠°) حيث (و) نقطة الأصل .

أ (١، ١) د (١٨، ٢) ← ج (١، ١)

ب (٤، ١) د (١٨، ٢) ← ج (٤، ١)

ج (٤، ٤) د (١٨، ٢) ← ج (٤، ٤)

د (١، ٤) د (١٨، ٢) ← ج (١، ٤)

أ (١، ١) د (١٨، ٢) ← ج (١، ١)

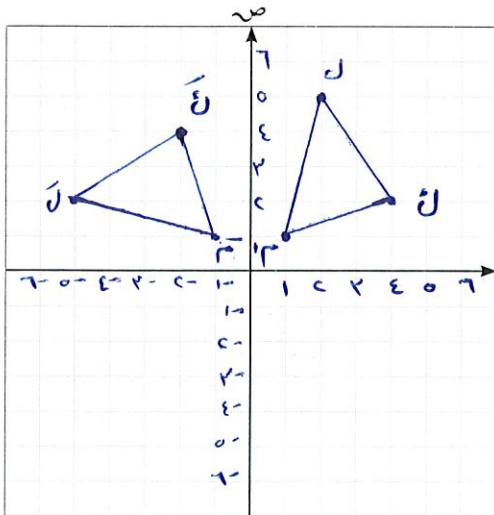
### فكر وناقش

إذا كان قياس زاوية الدوران  $360^\circ$  لشكل ما، فما العلاقة بين الشكل وصورته؟

### تمرّن :

١ أكمل كلاً ممّا يلي حيث (و) نقطة الأصل :

(٤، ١)	د (و، $90^\circ$ ) ←	(٤، ١)
(١٠، ٢)	د (و، $90^\circ$ ) ←	(١٠، ٢)
(٠، ٦)	د (و، $180^\circ$ ) ←	(٠، ٦)
(٧، ٣)	د (و، $180^\circ$ ) ←	(٧، ٣)
(٤، ٠)	د (و، $270^\circ$ ) ←	(٤، ٠)
(١١، ٥)	د (و، $270^\circ$ ) ←	(١١، ٥)



٢ أرسم المثلث ك م ل الذي إحداثيات

رؤوسه : ك (٢، ٤)، م (١، ١)،

ل (٥، ٢)

ثم ارسم صورته بدوران حول

نقطة الأصل وبزاوية قياسها  $90^\circ$

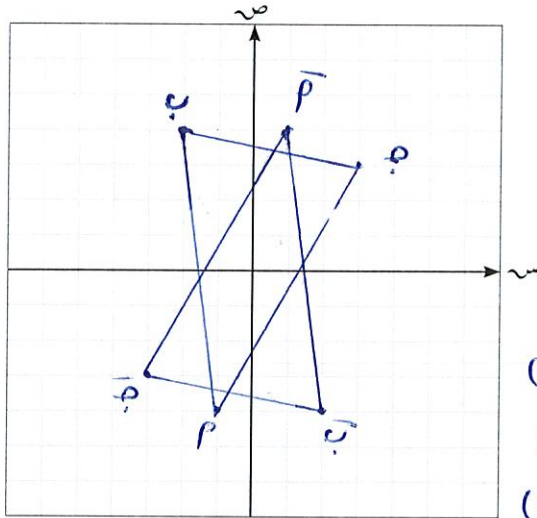
عكس اتجاه حركة عقارب الساعة .

ل (٥، ٢) د (و،  $90^\circ$ ) ← م (١، ١)

ك (٢، ٤) د (و،  $90^\circ$ ) ← ل (٥، ٢)

م (١، ١) د (و،  $90^\circ$ ) ← م (١، ١)

ل (٥، ٢) د (و،  $90^\circ$ ) ← ل (٥، ٢)



٣ أرسم المثلث  $ABC$  الذي إحداثيات

رؤوسه:  $A(4, 2)$ ،  $B(3, 3)$ ،  $C(1, 4)$

ثم ارسم صورته بدوران حول

نقطة الأصل وبزاوية قياسها  $180^\circ$

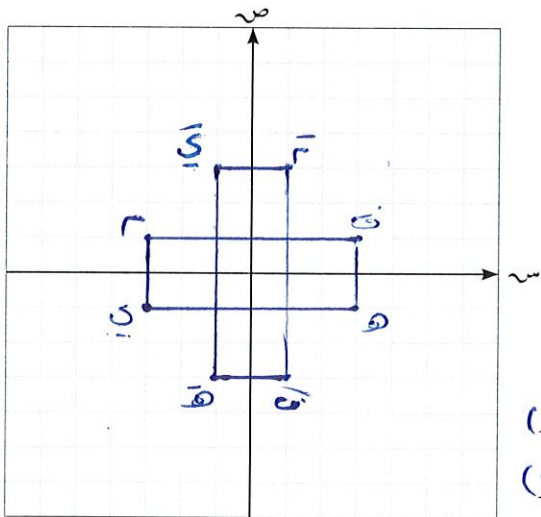
مع اتجاه حركة عقارب الساعة.

$A(4, 2) \rightarrow A'(4, -2)$  د (و)  $180^\circ$  ← (س) ← (ص)

$B(3, 3) \rightarrow B'(3, -3)$  د (و)  $180^\circ$  ← (س) ← (ص)

$C(1, 4) \rightarrow C'(1, -4)$  د (و)  $180^\circ$  ← (س) ← (ص)

$A'(4, -2)$  د (و)  $180^\circ$  ← (س) ← (ص)



٤ أرسم المستطيل  $ABCD$  الذي

إحداثيات رؤوسه:  $A(1, 3)$ ،  $B(3, 3)$ ،  $C(3, 1)$ ،  $D(1, 1)$

ثم ارسم صورته تحت

تأثير د (و،  $270^\circ$ ) حيث (و)

نقطة الأصل.

$A(1, 3) \rightarrow A'(1, -3)$  د (و)  $270^\circ$  ← (س) ← (ص)

$B(3, 3) \rightarrow B'(3, -3)$  د (و)  $270^\circ$  ← (س) ← (ص)

$C(3, 1) \rightarrow C'(3, -1)$  د (و)  $270^\circ$  ← (س) ← (ص)

$D(1, 1) \rightarrow D'(1, -1)$  د (و)  $270^\circ$  ← (س) ← (ص)

$A'(1, -3)$  د (و)  $270^\circ$  ← (س) ← (ص)



## التكبير Enlargement

٤-٤

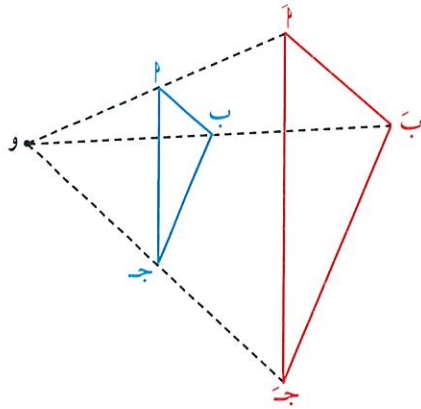


سوف تتعلم : تغيير الأبعاد .

العبارات والمفردات :

تكبير  
Enlargement  
تصغير  
Reduction

درست فيما سبق ثلاثة أنواع من التحويلات الهندسية هي : الانعكاس والإزاحة والدوران وتسمى **تحويلات متقايسة** ( تحافظ على الأبعاد ) .  
ويكون الشكل وصورته تحت تأثير هذه التحويلات المتقايسة متطابقين .  
هل يوجد تحويل غير متقايس ( لا يحافظ على الأبعاد ) ؟



نشاط :

اعتبر التحويل الهندسي الموضح

في الشكل المقابل :

و ← و ، أ ← أ

ب ← ب ، ج ← ج

حيث  $\frac{أ'أ}{أ} = \frac{ب'ب}{ب} = \frac{ج'ج}{ج} = 2$  (مثلاً) ،

أ ← ب ← أ' تحت تأثير هذا التحويل بينما  $أ'ب' \neq أب$

أوجد بالقياس :

$$\frac{أ'أ}{أ} = \frac{ب'ب}{ب} = \frac{ج'ج}{ج} = 2$$

$$\frac{ب'ج'}{بج} = \frac{أ'ب'}{أب} = 2$$

$$\frac{أ'ج'}{أج} = \frac{ب'ب'}{بب} = 2$$

∴ هذا التحويل غير متقايس ( لا يحافظ على الأبعاد ) .



نلاحظ أن :

$$\begin{array}{l|l} \text{أ} = 2 \text{ و } \text{ب} & \text{أ} = 2 \text{ ب} \\ \text{ب} = 2 \text{ و } \text{ج} & \text{ب} = 2 \text{ ج} \\ \text{ج} = 2 \text{ و } \text{د} & \text{ج} = 2 \text{ د} \end{array}$$

( ٢ ) النقطة وصورتها ومركز التكبير تقع على استقامة واحدة .

( ٣ ) تحقق باستخدام الأدوات الهندسية من توازي :

$$\begin{array}{l} \overline{\text{أج}} \text{ ، } \overline{\text{أب}} \\ \overline{\text{أب}} \text{ ، } \overline{\text{أج}} \\ \overline{\text{بج}} \text{ ، } \overline{\text{أب}} \end{array}$$

يُسمى هذا التحويل **تكبيراً** .

وتُسمى النقطة الصامدة ( **و** ) مركز التكبير ، ويُسمى العدد ٢ ( هنا ) **معامل التكبير** .

**وعموماً :**

إذا كانت ( **و** ) إحدى نقاط المستوى ، فإن التحويل الهندسي الذي يُعيّن لكل نقطة  $\text{أ}$  غير ( **و** ) صورة  $\text{أ}$   $\exists \text{ و } \overleftarrow{\text{أ}}$  بحيث يكون  $\frac{\text{أ}}{\text{و}} = \text{عددًا ثابتًا}$  ، و  $\leftarrow$  و يُسمى ( **تكبيراً** ) وتُسمى النقطة الصامدة ( **و** ) مركز التكبير ويُسمى العدد الثابت **معامل التكبير** ويُرمز له بالرمز  $\text{م}$  ويُرمز لهذا التحويل بالرمز ( **و ، م** ) ويُقرأ **ت تكبير مركزه النقطة ( و )** ومعامله  $\text{م}$  .

لاحظ أن :

$$( ١ ) \quad \frac{\text{أ}}{\text{و}} = \text{م} \Leftrightarrow \text{و} = \text{أ} \times \text{م}$$

( ٢ ) القطعة المستقيمة وصورتها تحت تأثير التكبير متوازيان .

( ٣ ) سنكتفي بالتكبير الذي معامله  $\text{م} < \text{صفر}$  .

( ٤ ) يُقصد بالتكبير ( تكبير أو تصغير ) :

• إذا كان  $\text{م} < ١$  فالتحويل يمثل تكبيراً .

• إذا كان  $\text{م} > ١$  فالتحويل يمثل تصغيراً .

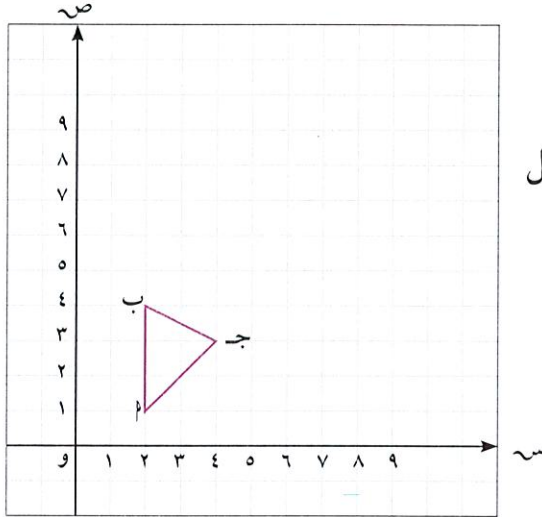
### التكبير في المستوى الإحداثي

إذا كانت (س، ص) نقطة في المستوى الإحداثي حيث (و) نقطة الأصل،

م معامل التكبير فإن: (س، ص) ← (م، و) ← (م س، م ص).

#### مثال ( ١ ) :

أرسم صورة المثلث أ ب ج  
مستخدماً التكبير الذي مركزه نقطة الأصل  
ومعامله ٢ .



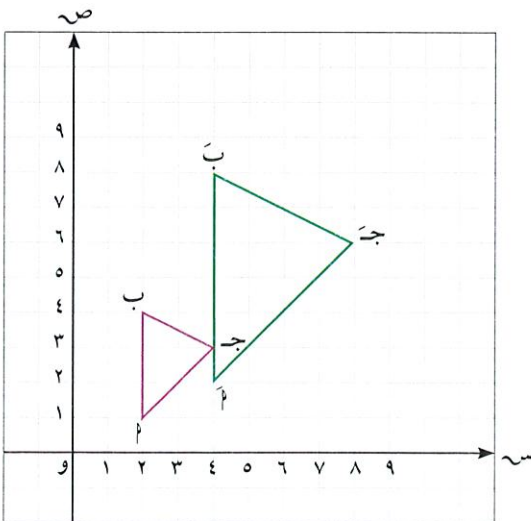
#### الحل :

ت (٢، و) ← (س، ص) ← (٢ س، ٢ ص)

أ (١، ٢) ← ت (٢، و) ← (١ × ٢، ٢ × ٢) ← أ (٢، ٤)

ب (٤، ٢) ← ت (٢، و) ← (٤ × ٢، ٢ × ٢) ← ب (٨، ٤)

ج (٣، ٤) ← ت (٢، و) ← (٣ × ٢، ٤ × ٢) ← ج (٦، ٨)



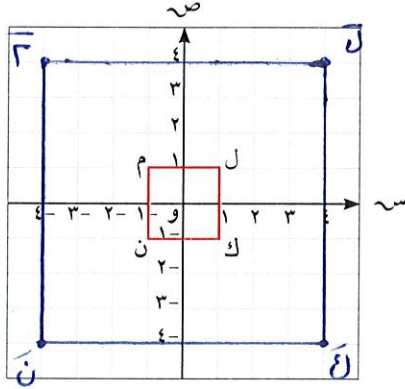




تدرّب (١) 

أرسم صورة المربع ل م ن ك مستخدماً التكبير ت (و، ٤).

(س، ص) ت (و، ٤) ← (٤، ٤) (س، ٤ ص)



ل (١، ١) ت (و، ٤) ← ل (٤، ٤)

م (١-، ١) ت (و، ٤) ← م (٤-، ٤)

ن (١-، ١-) ت (و، ٤) ← ن (٤-، ٤-)

ك (١، ١-) ت (و، ٤) ← ك (٤، ٤-)

∴ المربع ل م ن ك ← ت (و، ٤) المربع ل م ن ك

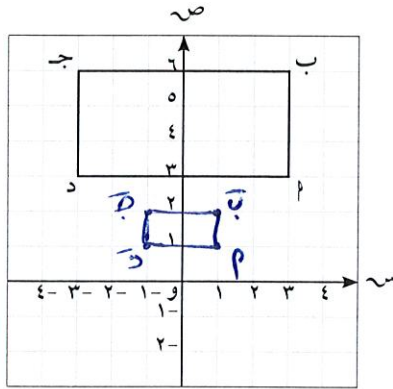
خواص التكبير

بالرجوع إلى تدرّب (١) تحقّق من الخواصّ التالية :

- (١) التكبير يحافظ على الاستقامة .
- (٢) التكبير يحافظ على البنية .
- (٣) التكبير يحافظ على قياسات الزوايا .
- (٤) التكبير يحافظ على التوازي .
- (٥) التكبير يحافظ على الاتجاه الدوراني .
- (٦) التكبير لا يحافظ على الأبعاد (تحويل غير متقايس) .

تدرّب (٢) :

١ أكتب النقاط التي تمثّل رؤوس الشكل أ ب ج د ، ثمّ ارسم صورة الشكل مستخدماً التصغير الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله  $\frac{1}{3}$  .



ت (و،  $\frac{1}{3}$ ) ← (س، ص)  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

أ (٣، ٣) ← ت (و،  $\frac{1}{3}$ ) م (١، ١)

ب (٦، ٣) ← ت (و،  $\frac{1}{3}$ ) ب (٩، ١)

ج (٦، ٣) ← ت (و،  $\frac{1}{3}$ ) ج (٩، ١)

د (٣، ٣) ← ت (و،  $\frac{1}{3}$ ) د (١، ١)

∴ الشكل أ ب ج د ← ت (و،  $\frac{1}{3}$ ) الشكل أ ب ج د

٢ أكمل من الرسم في الشكل السابق :

أ نسبة محيط المستطيل أ ب ج د إلى محيط المستطيل أ ب ج د

$$\frac{1}{3} = \frac{6}{18} =$$

ب نسبة مساحة المستطيل أ ب ج د إلى مساحة المستطيل أ ب ج د

$$\frac{1}{9} = \frac{4}{18} = \frac{1 \times 4}{3 \times 6} =$$

إذا كان ت (و، م) فإن :

(١) نسبة محيط صورة الشكل الهندسي إلى محيطه تساوي معامل التكبير (م) .

(٢) نسبة مساحة صورة الشكل الهندسي إلى مساحته تساوي مربع معامل

التكبير (م<sup>٢</sup>) .



تدرّب (٣) :

مربع طول ضلعه ٥ سم . أوجد مساحة صورته تحت تأثير تكبير ت ( و ، ٢ ) :

$$\text{مساحة المربع} = ٥ \times ٥ = ٢٥ \text{ سم}^2$$

$$\frac{\text{مساحة صورة المربع}}{\text{مساحة المربع}} = ٤$$

$$\frac{س}{٢٥} = ٤$$

$$س = ١٠٠$$

∴ مساحة صورة المربع = ١٠٠ سم<sup>٢</sup>

تدرّب (٤) :

ليكن ت ( و ، م ) تكبير حيث ( و ) نقطة الأصل ،  $٢ \leftarrow ١$  ،  $٣ \leftarrow ١$  ،  $٤ \leftarrow ١$  .  
أوجد معامل التكبير أو التصغير ( م ) في كل من الحالات التالية :

أ)  $٢(١، ٢)$  ،  $١(٤، ٨)$

$$\frac{٨}{٢} = ٤ = م$$

$$\text{أو } \frac{٤}{١} = ٤ = م$$

ب)  $٢(٩، ٦)$  ،  $١(٣، ٢)$

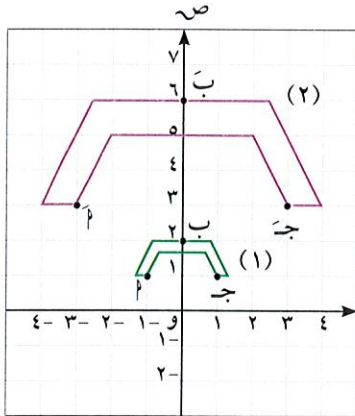
$$\frac{٦}{٢} = ٣ = \frac{٣}{١}$$

ج)  $١(٦، ٣)$  ،  $٢(٣٠، ١٥)$

$$\frac{٣٠}{١٥} = ٢$$

تدرّب (٥) :

في الشكل المقابل : أوجد معامل التكبير المستخدم لتحويل المضلع (١) إلى المضلع (٢).



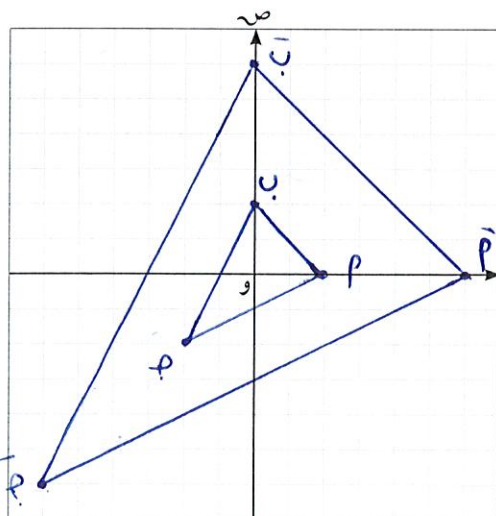
$P(1,1) \rightarrow \bar{P}(3,3)$   
 $B(3,1) \rightarrow \bar{B}(9,3)$   
 $B'(1,2) \rightarrow \bar{B}'(3,6)$   
 معامل التكبير ٣

فكر وناقش

إذا كان معامل التكبير يساوي ١ فما هي العلاقة بين الشكل وصورته؟

تدرّب (٦) :

أرسم المثلث  $ABC$  حيث  $A(0,2)$  ،  $B(2,0)$  ،  $C(-2,-2)$  ثم أرسم صورته تحت تأثير  $T(3,0)$  حيث  $O$  نقطة الأصل.



$P(0,2) \rightarrow \bar{P}(3,2)$   
 $B(2,0) \rightarrow \bar{B}(5,0)$   
 $C(-2,-2) \rightarrow \bar{C}(1,-2)$



## تمرّن :

١ أكمل ما يلي حيث (و) نقطة الأصل :

أ) م (١ ، ٢) ← ت (٥ ، ٥) م (١٠ ، ٥)

ب) ب (٣- ، ١) ← ت (٦ ، ٥) ب (١٨ ، ٦)

ج) ج (٤ ، ٠) ← ت (١/٤ ، ٥) ج (١ ، ٥)

د) د (٤ ، ٦-) ← ت (١/٢ ، ٥) د (٤ ، ٣-)

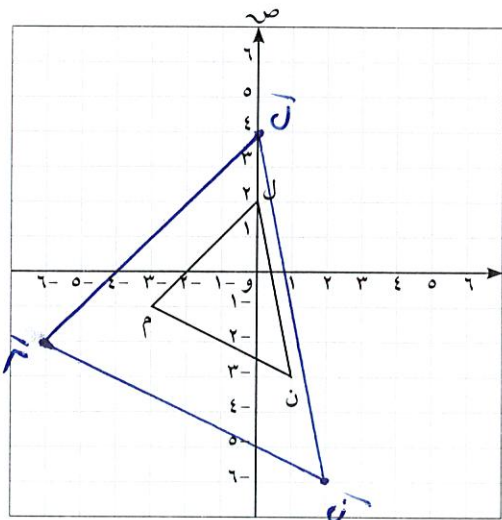
هـ) ك (٢- ، ٨-) ← ت (٣/٢ ، ٥) ك (٣- ، ١٤-)

و) ل (٧- ، ٣) ← ت (١ ، ٥) ل (٧- ، ٣) ، ماذا تلاحظ ؟

ينطبق ل على ل

ل نقطة صاعدة

٢ أكتب النقاط التي تمثل رؤوس المثلث ل م ن ثم ارسم المثلث ل م ن صورة المثلث ل م ن تحت تأثير ت (٢ ، ٥).

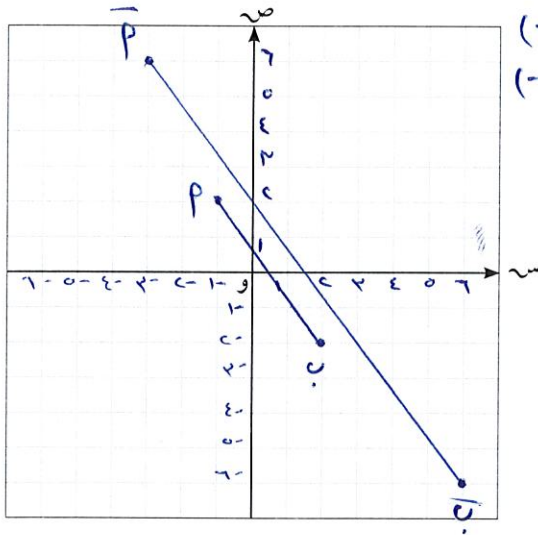


ل (١ ، ٤) م (٤ ، ٤) ن (٤ ، ٥)

م (١- ، ٢-) ن (١- ، ٢-) م (٤ ، ٤)

ن (١ ، ٢-) ل (٤ ، ٤) ن (٦- ، ٤)

٣ أرسم  $\overline{AB}$  إذا كانت  $P(-1, 2)$ ،  $B(2, 2)$  ثم ارسم  $\overline{A'B'}$  صورة  $\overline{AB}$  بتكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله ٣.



$$\begin{aligned} P(-1, 2) &\xrightarrow{(3, 0)} P'(3, 6) \\ B(2, 2) &\xrightarrow{(3, 0)} B'(6, 6) \end{aligned}$$

.....

.....

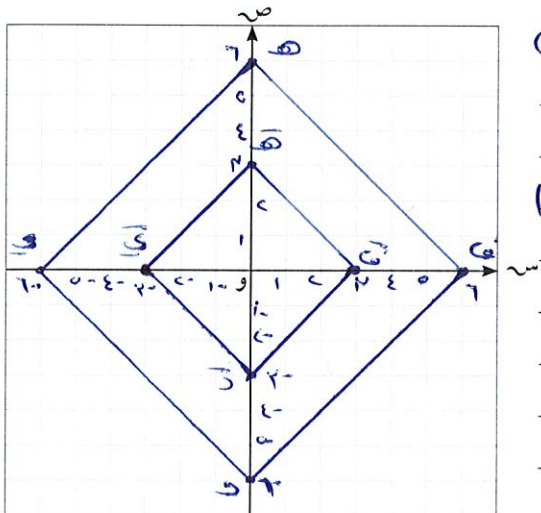
.....

.....

.....

.....

٤ أرسم الشكل الرباعي ف هـ د الذي فيه ف  $(0, 6)$ ، هـ  $(6, 0)$ ، ي  $(0, -6)$ ، د  $(6, -0)$ ، ثم ارسم الشكل ف هـ ي د صورة الشكل ف هـ ي د تحت تأثير ت  $(0, \frac{1}{2})$ .



$$\begin{aligned} F(0, 6) &\xrightarrow{(0, \frac{1}{2})} F'(0, 3) \\ H(6, 0) &\xrightarrow{(0, \frac{1}{2})} H'(3, 0) \\ Y(0, -6) &\xrightarrow{(0, \frac{1}{2})} Y'(0, -3) \\ E(6, -6) &\xrightarrow{(0, \frac{1}{2})} E'(3, -3) \end{aligned}$$

.....

.....

.....

.....

.....



٥ أوجد معامل التكبير أو التصغير (م) في كلٍّ من الحالات التالية حيث النقطة  $P$  صورة النقطة  $P'$  ، والنقطة  $P'$  صورة النقطة  $P$  .

أ  $P(1, 4)$  ،  $P'(3, 12)$

معامل التكبير ٣

ب  $P(5, 0)$  ،  $P'(10, 0)$

معامل التكبير ٢

ج  $P(-2, -6)$  ،  $P'(-1, -3)$

معامل التصغير  $\frac{1}{2}$

د  $P(8, 8)$  ،  $P'(1, 1)$

معامل التصغير  $\frac{1}{8}$

٦ مستطيل بعده ٣ سم ، ٥ سم . أوجد محيط ومساحة صورته تحت تأثير تكبير ت (و ، ٣) .

بعده المستطيل تحت تأثير تكبير هي ٩ ، ١٥

محيط المستطيل = (الطول + العرض)

$$= (9 + 15) \times 2 = 24 \times 2 = 48 \text{ سم}$$

مساحة المستطيل = طول  $\times$  عرض

$$= 9 \times 15 = 135 \text{ سم}^2$$



مراجعة الوحدة الرابعة  
Revision Unit Four

٤-٥

أولاً : التمارين المقالية

١ إذا كانت ل (٨، ٣) ، م (٣، ٢-) :

أ) أوجد طول ل م .

$$\sqrt{(0-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{(1-3)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{(3-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5}$$

وهذا طول ل م .

ب) أوجد إحداثيا النقطة هـ منتصف ل م .

$$\text{إحداثي هـ} = \left( \frac{3+1}{2}, \frac{0+1}{2} \right) = \left( \frac{4}{2}, \frac{1}{2} \right) = (2, \frac{1}{2})$$

٢ إذا كانت ل (١، ٢) ، ن (١-، ١-) ، م (٤-، ٠) ، أثبت أن : ل ن = ل م .

$$\text{ل ن} = \sqrt{(1-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{ل م} = \sqrt{(4-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$\text{ل ن} = \sqrt{(1-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\text{ل م} = \sqrt{(4-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

$$\therefore \text{ل ن} = \text{ل م} = \sqrt{2} = \sqrt{13}$$

٣ أكمل كلاً مما يلي :

أ)  $P(3, 1)$  د (و، ٩٠°) ←  $P(1, 3)$

ب)  $P(3, 1)$  د (و، ٩٠°) ←  $P(1, 2)$

ج)  $P(3, 1)$  د (و، ١٨٠°) ←  $P(1, 1)$

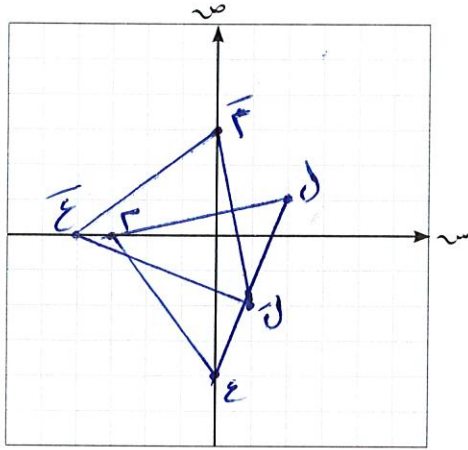
د)  $P(5, 3)$  ت (و، ٤) ←  $P(3, 5)$

هـ)  $P(6, 0)$  ت (و، ١/٢) ←  $P(0, 6)$





٤ ارسم المثلث  $ع م ل$  الذي رؤوسه:  $ع(٤, ٠)$ ،  $م(٠, ٣)$ ،  $ل(١, ٢)$ ، ثم ارسم صورته بدوران حول نقطة الأصل وبزاوية قياسها  $٢٧٠^\circ$  عكس اتجاه حركة عقارب الساعة .



$ع(٤, ٠) \rightarrow \bar{ع}(٤, ٠)$   
 $م(٠, ٣) \rightarrow \bar{م}(٠, ٣)$   
 $ل(١, ٢) \rightarrow \bar{ل}(١, ٢)$

٥ ليكن  $ت(و, م)$  تكبير حيث  $(و, م)$  نقطة الأصل،  $ب \rightarrow \bar{ب}$ ،  $ج \rightarrow \bar{ج}$  .  
 أوجد معامل التكبير أو التصغير  $(م)$  في كل من الحالات التالية :

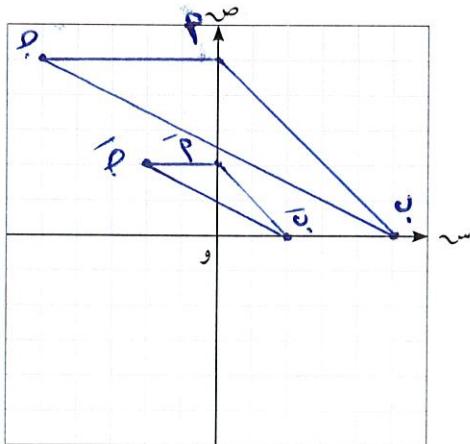
أ)  $ب(٦, ٣)$  ،  $\bar{ب}(٢, ١)$

معامل التصغير  $\frac{1}{3}$

ب)  $ب ج = ٤$  سم ،  $\bar{ب ج} = ٢٤$  سم

معامل التكبير  $٦$

٦ ارسم  $\Delta أ ب ج$  الذي رؤوسه هي:  $أ(٥, ٠)$ ،  $ب(٠, ٥)$ ،  $ج(-٥, ٥)$ ، ثم ارسم صورته بتكبير  $(و, \frac{٢}{٥})$  .



$أ(٥, ٠) \rightarrow \bar{أ}(٢, ٠)$   
 $ب(٠, ٥) \rightarrow \bar{ب}(٠, ٢)$   
 $ج(-٥, ٥) \rightarrow \bar{ج}(-٢, ٢)$

### ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

ب		١ د (و، ٦٠°) يكافئ د (و، -٣٠٠°)
ب		٢ التكبير هو تحويل هندسي لا يحافظ على الأبعاد .
ب	أ	٣ الدوران لا يحوي نقاطًا صامدة .
ب	أ	٤ إذا كانت جـ منتصف $\overline{AB}$ وكانت جـ (٣، ٥) ، $M(-١، ٣)$ فإن ب (١، ٤) .
ب		٥ مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٦ سم ، ٣ سم فإن محيط صورته تحت تأثير تكبير ت (و، ٢) هو ٢٨ سم .

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

٦ إذا كانت ق (٣، ٠) ، ك (١، ٠) فإن : ق ك = ..... وحدة طول .

أ (٤) ~~ب (٢)~~ جـ (٢٧) د (٢-)

٧ شكل هندسي مساحته ٤ سم<sup>٢</sup> ومساحة صورته تحت تأثير تكبير ما هي ٣٦ سم<sup>٢</sup> فإن معامل التكبير هو :

أ (٣) ~~ب (٥، ٤)~~ جـ (٩) د (٨١)

٨ م ب جـ د مربع تقاطع قطريه في النقطة م ، صورة  $\Delta MAB$  بدوران د (م، -٢٧٠°) هي :  
أ  $\Delta BJM$  ب  $\Delta MAB$  جـ  $\Delta JDM$  د  $\Delta MDA$

٩ في الشكل المقابل : إذا كانت س ص صورة  $\overline{AB}$  بتكبير مركزه جـ ، فإن معامله هو :  
 أ  $\frac{2}{3}$  ب  $\frac{3}{2}$  جـ  $\frac{1}{2}$  د ٢

١٠ إذا كانت النقطة جـ (٤، ٢) هي صورة النقطة م بتصغير ت (و،  $\frac{1}{4}$ ) فإن م هي :  
أ ( $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{1}{2}$ ) ب (٢، ١) جـ (٤، ٨) د (٤، ٦)



# الإحصاء والاحتمال Statistics and Probability

## الوحدة الخامسة

عالم البيانات  
Data World

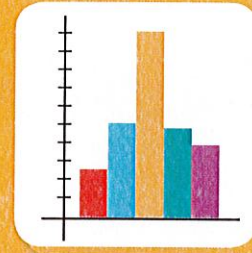
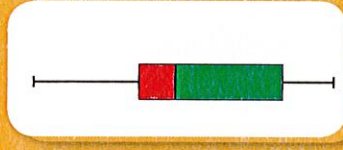
الإدارة المركزية للإحصاء  
Central Statistical Bureau  
إدارة التعداد والإحصاءات السكانية  
Census and Population Statistics Department

إهتمت دولة الكويت بالتخطيط العلمي باعتباره الأسلوب الأمثل لكشف آفاق المستقبل ولتحقيق التنمية الاقتصادية والاجتماعية الشاملة، ويُعتبر الجهاز الإحصائي من أوائل المؤسسات التي وابتد إنشاء دولة الكويت عشية الاستقلال في مطلع الستينات. ولكي يتمكن هذا الجهاز من تأدية عمله على أكمل وجه لا بد له أن يبحث عن البيانات المناسبة. والبيانات بمفهومها العام هي مجموعة من الحروف أو الكلمات أو الأرقام أو الرموز أو الصور المتعلقة بموضوع ما يتم جمعها ومعالجتها وتحويلها إلى معلومات مفيدة لاتخاذ القرارات المناسبة.

## مشروع الوحدة : ( صحتي المدرسية )



إنّ الصّحة الجيدة للمتعلّمين في المدارس هي استثمار للمستقبل، وصحة الأطفال والمراهقين تُعتبر عنصراً أساسياً في النسيج الاجتماعي والاقتصادي للمجتمع . ولكي يؤدي برنامج الصحة المدرسية دوره على أكمل وجه يحتاج إلى جمع بعض البيانات عن المتعلّمين مثل : العمر ، الطول ، الوزن وغيرها .



### خطة العمل :

- مساعدة برنامج الصحة المدرسية في جمع وتمثيل بيانات المتعلّمين .

### خطوات تنفيذ المشروع :

- يقسّم المعلم المتعلّمين إلى ٣ مجموعات ويسند إليهم المهام التالية :
- المجموعة الأولى : قياس أطوال المتعلّمين في الفصل وتنظيمها في جدول تكراري ذي فئات ثم تمثيلها بمدرّج تكراري .
- المجموعة الثانية : قياس أطوال المتعلّمين في الفصل وتنظيمها في جدول تكراري ذي فئات ثم تمثيلها بمضلع تكراري .
- المجموعة الثالثة : جمع وتسجيل أوزان متعلّمي الفصل ثم تمثيلها في صندوق ذي عارضتين مع تحديد الوسيط والأرباعي الأدنى والأرباعي الأعلى للأوزان .

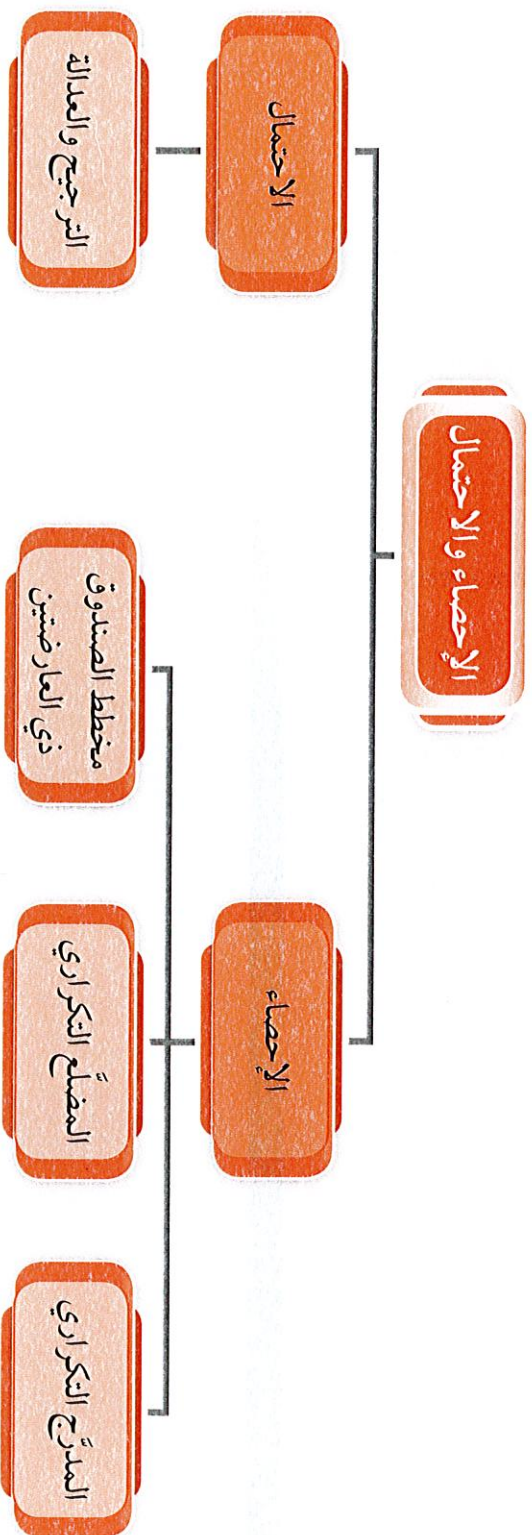
### علاقات وتواصل :

- تبادل المجموعات العمل وتأكّد من صحّته .

### عرض العمل :

- تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذه .

# مخطط تنظيمي للوحدة الخامسة





## استعدّ للوحدة الخامسة



١ أوجد المدى والمتوسط الحسابي والوسيط للقيم التالية :

٥ ، ٨ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ٥ ، ٣

أ المدى =  $9 - 3 = 6$

ب المتوسط الحسابي =  $\frac{9+8+7+5+5+5+3}{7} = \frac{42}{7} = 6$

ج الوسيط = ٥

٢ أوجد المدى والوسيط للقيم التالية : ٤٠ ، ١٩ ، ١٨ ، ١٧ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٤ ، ١٢

٤٠ ، ١٥ ، ١٨ ، ١٤ ، ١٧ ، ١٩ ، ١٥ ، ١٢

أ المدى =  $40 - 12 = 28$

ب الوسيط =  $\frac{17+15}{2} = \frac{32}{2} = 16$

٣ أكمل الجدول التكراري التالي بإيجاد مراكز الفئات ثم أجب عما يلي :

مراكز الفئات	التكرار	الفئات
٥	٢	-٤
٧	٤	-٦
٩	٢	-٨
١١	٣	-١٠

أ طول الفئة = ٤

ب الحد الأدنى للفئة الثالثة = ٨

ج الحد الأعلى للفئة الأخيرة = ١٢



٤ اكتب جميع النواتج الممكنة في كلِّ مما يلي :

أ رمي قطعة نقود مرة واحدة .

صورة أو نقابة

ب سحب كرة عشوائياً من كيس فيه ٤ كرات صفراء ، ٣ كرات حمراء .

صفر ، صفر ، صفر ، صفر ، صفر ، صفر ، صفر ، صفر ، صفر ، صفر

٥ عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة . أوجد ما يلي :

أ احتمال ( ظهور عدد أولي )  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ب احتمال ( ظهور عدد غير أولي )  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ج احتمال ( ظهور عدد أكبر من ٥ )  $\frac{1}{6}$

د احتمال ( ظهور عدد أصغر من ٧ )  $\frac{6}{6} = 1$

هـ احتمال ( ظهور عدد أكبر من ٦ )  $\frac{0}{6} = 0$

## المدرج التكراري Histogram Frequency

١-٥

سوف تتعلم : عرض وتمثيل البيانات بمدرجات تكرارية .

نشاط :

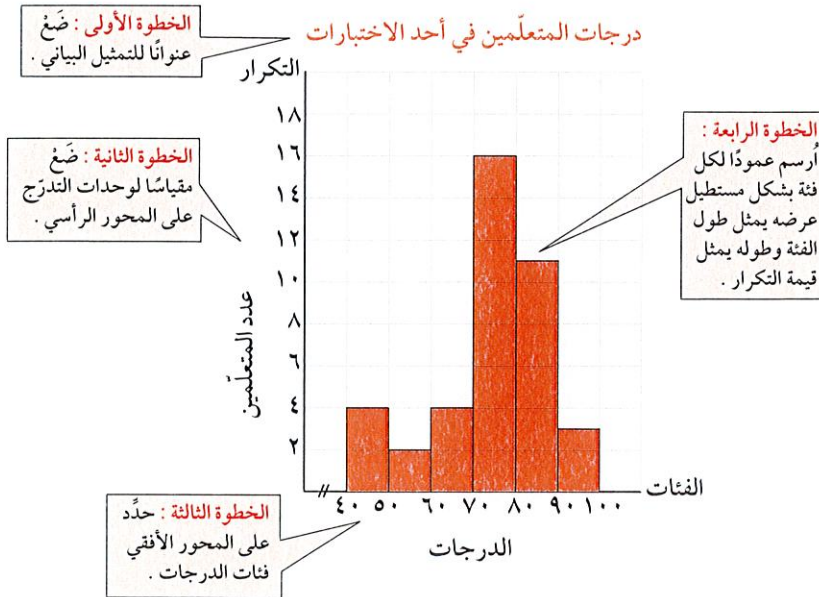
العبارات والمفردات :  
المدرج التكراري  
Histogram  
Frequency

سبق لك دراسة الجدول التكراري ذي الفئات والذي يُعتبر وسيلة مهمة في تنظيم عدد كبير من البيانات ، ويمكن تمثيل البيانات الواردة في الجداول التكرارية بواسطة المدرج التكراري .

يوضح الجدول التالي الدرجات النهائية التي حصل عليها ٤٠ متعلماً في أحد الاختبارات ( النهاية العظمى ١٠٠ ) .

الفئات	- ٩٠	- ٨٠	- ٧٠	- ٦٠	- ٥٠	- ٤٠
التكرار	٣	١١	١٦	٤	٢	٤

لتمثيل بيانات الجدول التكراري من خلال المدرج التكراري ، اتبع الخطوات التالية :



استخدم المدرج التكراري للإجابة عمّا يلي :

- ١ كم عدد المتعلمين الذين حصلوا على أقل من ٧٠ درجة ؟ ١٠ متعلمين
- ٢ بكم يزيد عدد المتعلمين في الفئة الرابعة عن عدد المتعلمين في الفئة الخامسة؟

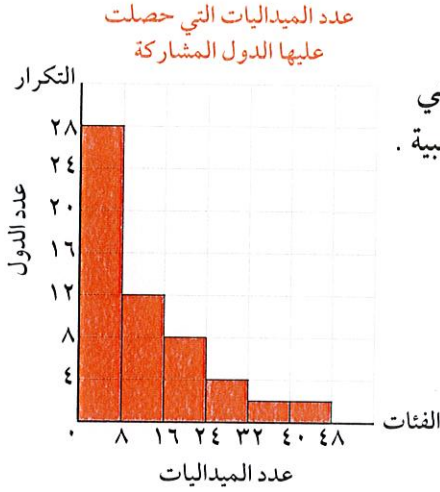
١٦ - ١١ = ٥ متعلمين





**المدْرَج التكراري** هو تمثيل بياني بالأعمدة المتلاصقة يُستخدم لعرض مجموعة البيانات المنظمة في جدول تكراري ذي فئات .

**تدرّب (١)** :



يبين المدْرَج التكراري المقابل عدد الميداليات التي حصدها الدول المشاركة في إحدى الدورات الأولمبية .  
أجب عما يلي :

أ) ما طول الفئة ؟ ..... ٨

ب) كم عدد الدول التي حصلت على

٣٢ ميدالية فأكثر ؟ ..... ٤ دول

ج) كم عدد الدول التي حصلت على أقل

من ٢٤ ميدالية ؟ ..... ٤٨ دولة

**تدرّب (٢)** :

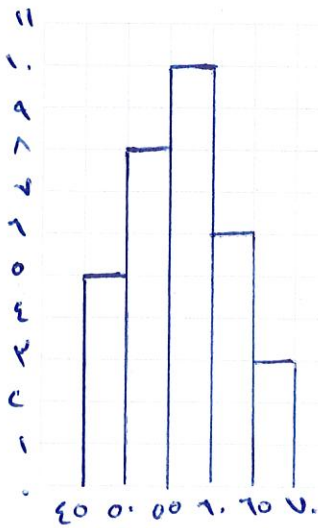
التكرار	الفئات
٥	٤٥ -
٨	٥٠ -
١٠	٥٥ -
٦	٦٠ -
٣	٦٥ -

السرعة القصوى في أحد الشوارع التجارية في مدينة الكويت العاصمة ٤٥ كم / س ، يبين الجدول المقابل عدد المخالفات المسجلة بحق عدد من سائقي المركبات الذين لم يلتزموا بالقانون . مثل البيانات الواردة في الجدول باستخدام المدْرَج التكراري ، ثم أجب عما يلي :

كم عدد مخالفات سائقي

المركبات الذين بلغت سرعتهم

٥٥ كم / س فأكثر ؟



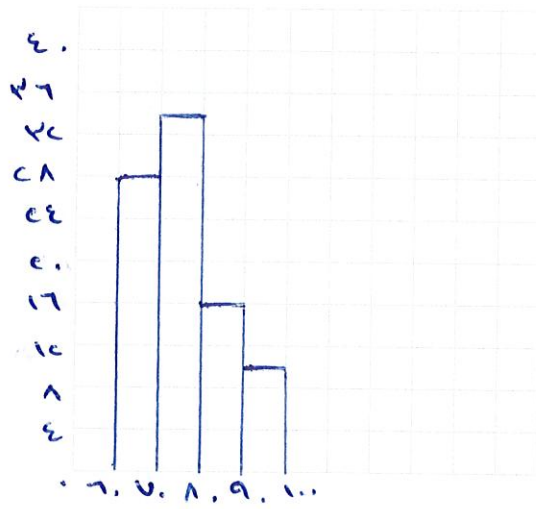
الفئات



### تدرّب (٣) :

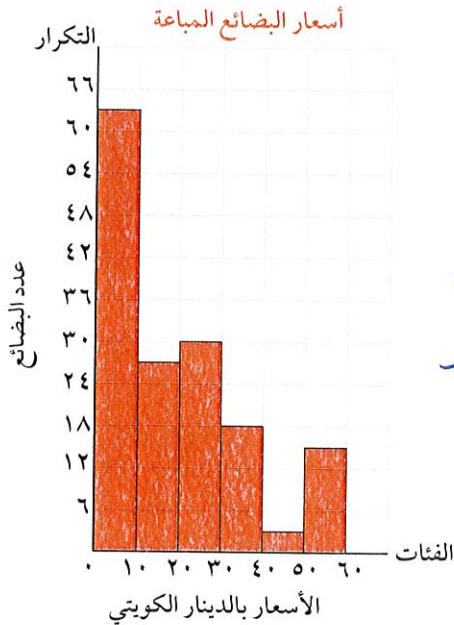
الفتات	- ٦٠	- ٧٠	- ٨٠	- ٩٠
التكرار	٢٨	٣٤	١٦	١٠

يوضّح الجدول التكراري المقابل فئات أسعار أسهم بعض الشركات والمؤسّسات التجارية المدرّجة في أحد الأسواق المالية بالدولار الأميركي .  
إصنع مدرّجًا تكراريًا لهذه البيانات .



### تمرّن :

١) يبيّن المدرّج التكراري المقابل أسعار مختلف البضائع المباعة في إحدى الجمعيات التعاونية بالدينار الكويتي :



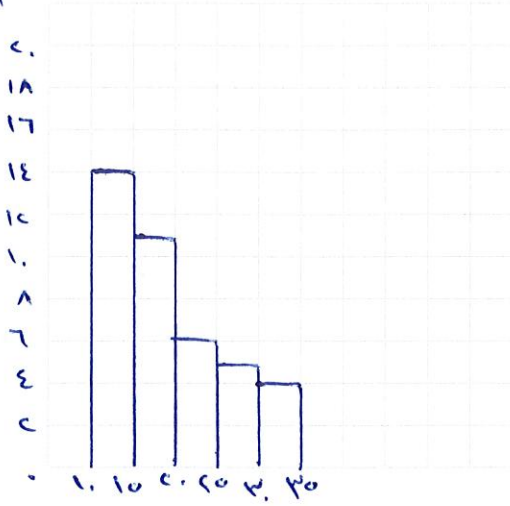
أجب عمّا يلي :

- ما طول الفئة ؟ ..... ١٠
- كم عدد البضائع التي بلغ سعرها ٣٠ دينارًا فأكثر ؟  $30 = 10 + 20 + 18$
- ما الفئة الأكثر مبيعًا ؟ أقل من ١٠ دينار



٢ بيّن الجدول التالي الزمن بالدقائق الذي استغرقه ٤٠ متعلّمًا للوصول من المنزل إلى المدرسة ، اصنع مدرّجًا تكراريًا لهذه البيانات .

التكرار



الفئات	التكرار
10 -	14
15 -	11
20 -	6
25 -	5
30 -	4

الفئات

أجب عمّا يلي :

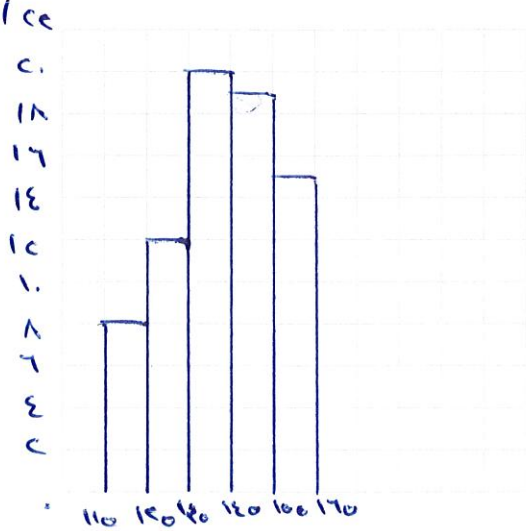
أ كم عدد المتعلّمين الذين يصلون إلى المدرسة في أقلّ من ٢٠ دقيقة ؟ ٢٥ متعلّم

ب كم عدد المتعلّمين الذين يصلون إلى المدرسة في ٢٥ دقيقة فأكثر ؟ ٩ متعلّمين

٣ يوضّح الجدول التكراري أطوال بعض المتعلّمين في إحدى المدارس ، اصنع مدرّجًا تكراريًا لتمثيل البيانات .



التكرار



الفئات	التكرار
110 -	8
120 -	12
130 -	20
140 -	19
150 -	15

الفئات



## المضلع التكراري Polygon Frequency

٢-٥



سوف تتعلم : عرض وتمثيل البيانات بمضلعات تكرارية .

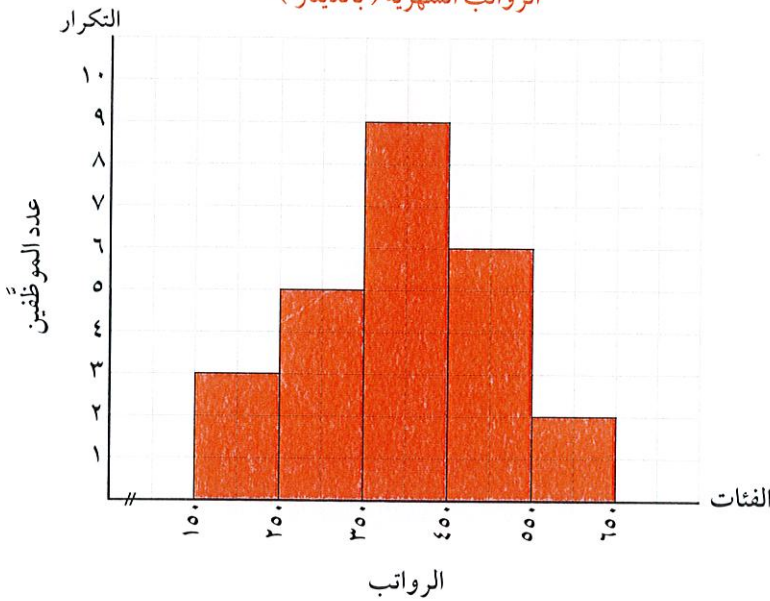
نشاط :

يمثل الجدول التالي فئات الرواتب الشهرية ( بالدينار ) للموظفين في إحدى الشركات وتم تمثيلها بمدرج تكراري ( شكل ١ ) .

العبارات والمفردات :  
المضلع التكراري  
Polygon  
Frequency

الفئات	١٥٠ -	٢٥٠ -	٣٥٠ -	٤٥٠ -	٥٥٠ -
التكرار	٣	٥	٩	٦	٢
مراكز الفئات	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠

الرواتب الشهرية ( بالدينار )



شكل ( ١ )

تذكر أن :

مركز الفئة =  
الحد الأعلى - الحد الأدنى  
+ للفئة  
٢

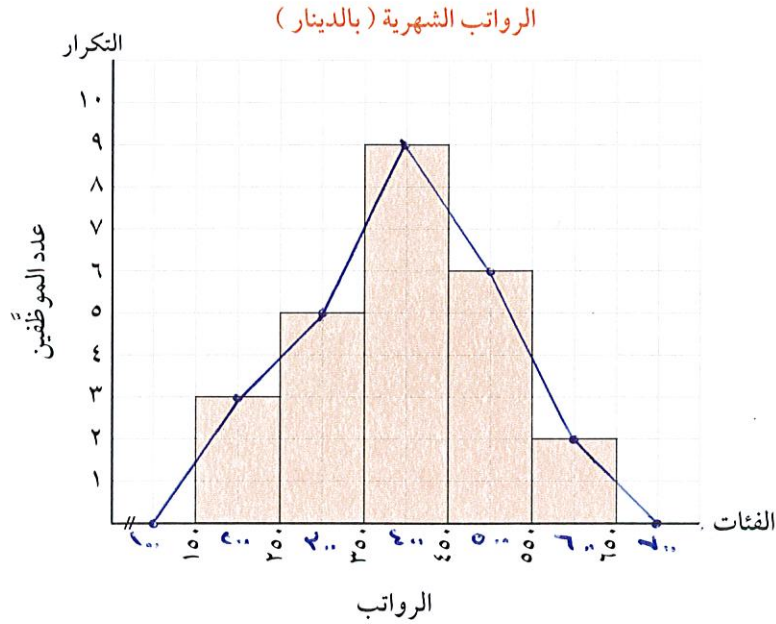
اللوامز :  
مسطرة

١ أكمل الجدول السابق ( أكتب مراكز الفئات ) .



٢) في شكل (٢) اتّبع الخطوات التالية :

- أ) مثل مراكز الفئات على المحور الأفقي .
  - ب) عيّن النقاط التي تمثل : ( مركز الفئة ، التكرار ) .
  - ج) صلّ بين النقاط السابقة على التوالي مستخدمًا حاقة المسطرة .
  - د) أكمل رسم المضلع بتمثيل النقطتين (٠، ١٠٠) ، (٠، ٧٠٠) ثم صل .
- ( هاتان النقطتان ليستا من ضمن هذه البيانات )



شكل (٢)

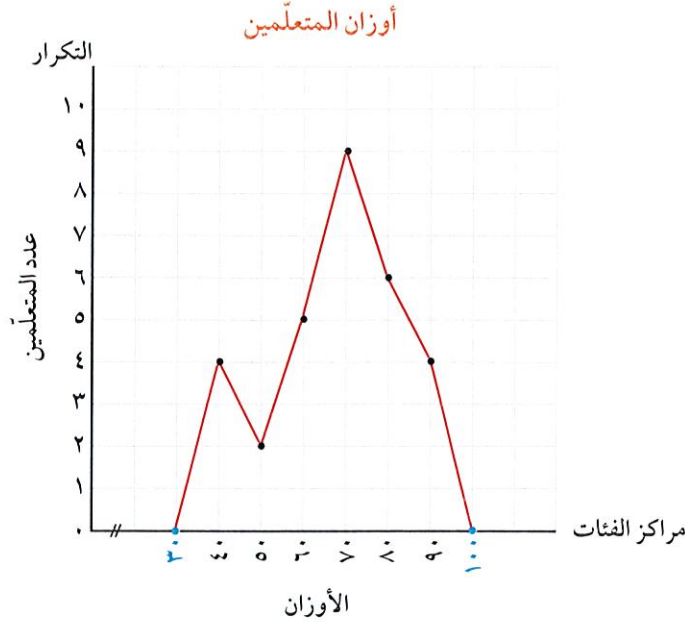
لاحظ أنّ :

الشكل الناتج في النشاط السابق يُسمّى **مضلعًا تكراريًا** ، ويُعبّر بوجه عامّ عن مقدار واتّجاه التغيّر في مجموعة من القيم .



تدرّب (١) :

يمثل الشكل التالي أوزان متعلّمي أحد فصول الصف التاسع .



تأمّل الشكل ثمّ أجب عمّا يلي :

- أ) ماذا يُسمّى التمثيل البياني ؟ مضلع تكراري
- ب) ما مركز الفئة الأكثر تكرارًا ؟ ١٨٠
- ج) ما مركز الفئة الأقل تكرارًا ؟ ١٠٠

مثال :

يبين الجدول التالي المسافة المقطوعة بالكيلومتر من قبل ٨٤ سائقًا في إحدى شركات سيارات الأجرة في يوم من الأيام .

الفئات	١٠٠ -	١٥٠ -	٢٠٠ -	٢٥٠ -	٣٠٠ -	٣٥٠ -
التكرار	٦	٩	١٦	٢٤	١٨	١١

مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري .



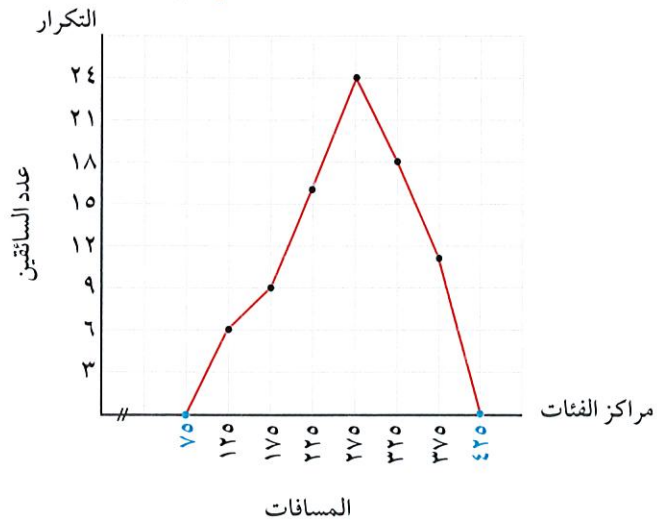
## الحل :

أ نكمل الجدول بإيجاد مراكز الفئات .

الفئات	- ٣٥٠	- ٣٠٠	- ٢٥٠	- ٢٠٠	- ١٥٠	- ١٠٠
التكرار	١١	١٨	٢٤	١٦	٩	٦
مراكز الفئات	٣٧٥	٣٢٥	٢٧٥	٢٢٥	١٧٥	١٢٥

- ب نمثل مراكز الفئات على المحور الأفقي ، والتكرار على المحور الرأسي .
- ج نعين النقاط التي تمثل : ( مركز الفئة ، التكرار ) .
- د نصبل بين النقاط السابقة على التوالي مستخدمًا حافة المسطرة .
- ه نكمل رسم المضلع .

المسافة المقطوعة بالكيلومتر في يوم واحد





تدرّب (٢) :  

يبين الجدول التالي أطوال متعلّمي الصفّ التاسع بالسنتيمتر في إحدى المدارس :

الفئات	- ١٤٠	- ١٥٠	- ١٦٠	- ١٧٠	- ١٨٠
التكرار	٣	٧	٩	٤	٢
مراكز الفئات	١٤٥	١٥٥	١٦٥	١٧٥	١٨٥

أ . أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

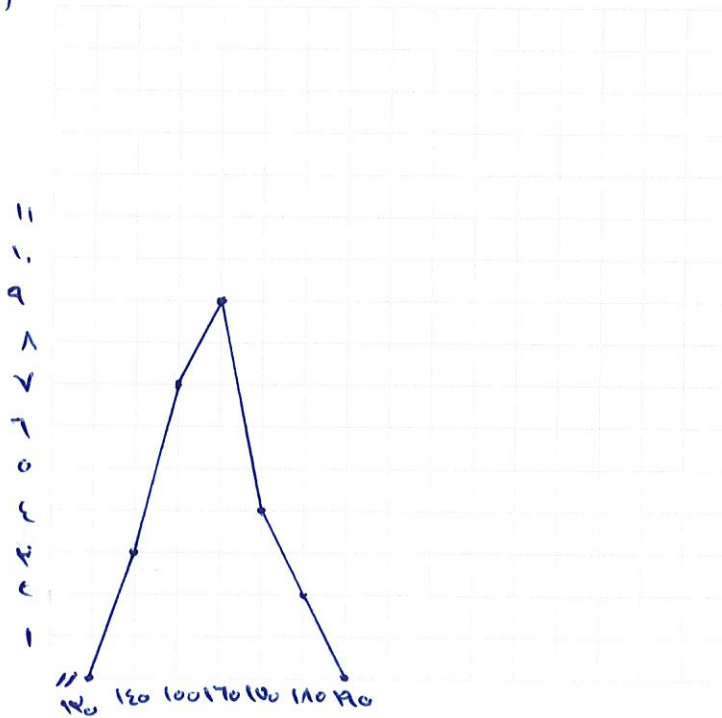
ب . كم عدد المتعلمين الذين تقل أطوالهم عن ١٦٠ سم ؟

$$١٠ = ٧ + ٣$$

ج . ما مركز الفئة الأكثر تكرارًا ؟ ١٦٥

د . مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري .

مضلع



مركز الفئات





### تدرّب (٣) :

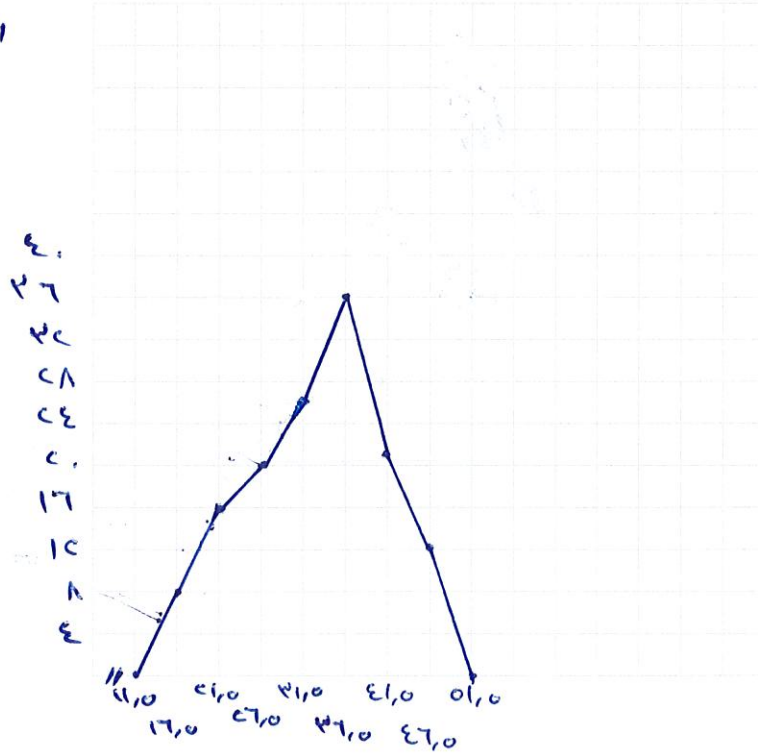
يوضّح الجدول التالي فئات الأعمار لمشاهدة برنامج تلفزيوني :

- ٤٤	- ٣٩	- ٣٤	- ٢٩	- ٢٤	- ١٩	- ١٤	الفئات
١٢	٢١	٣٦	٢٦	٢٠	١٦	٨	التكرار
٤٦,٥	٤١,٥	٣٦,٥	٣١,٥	٢٦,٥	٢١,٥	١٦,٥	مراكز الفئات

أ) أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

ب) مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري .

التكرار

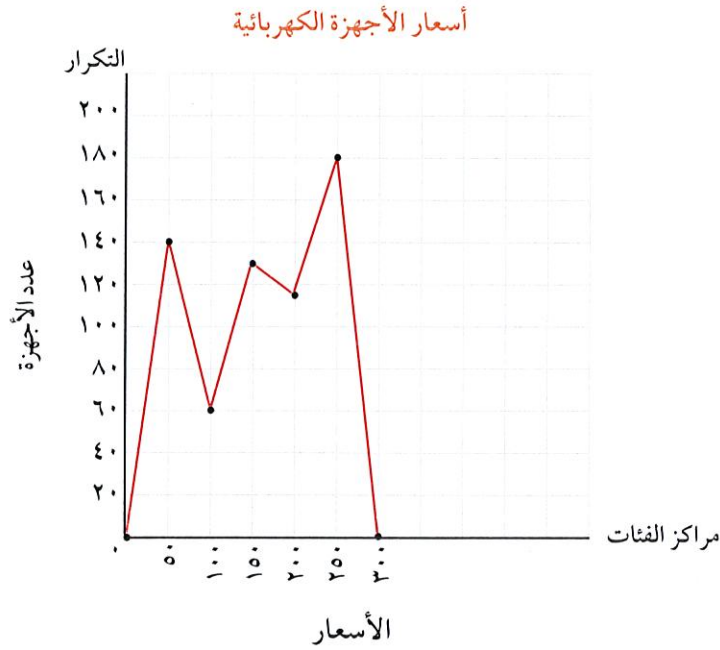


مراكز الفئات



## تمرّن :

١ يمثل الشكل التالي أسعار الأجهزة الكهربائية التي بيعت خلال شهر في أحد المحلات.



تأمّل الشكل ثمّ أجب عمّا يلي :

١) ماذا يُسمّى التمثيل البياني؟ مخطط كارتيزي

٢) ما مركز الفئة الأكثر تكرارًا؟ ٥٠

٣) ما التكرار المقابل لمركز الفئة ١٥٠؟ ١٣



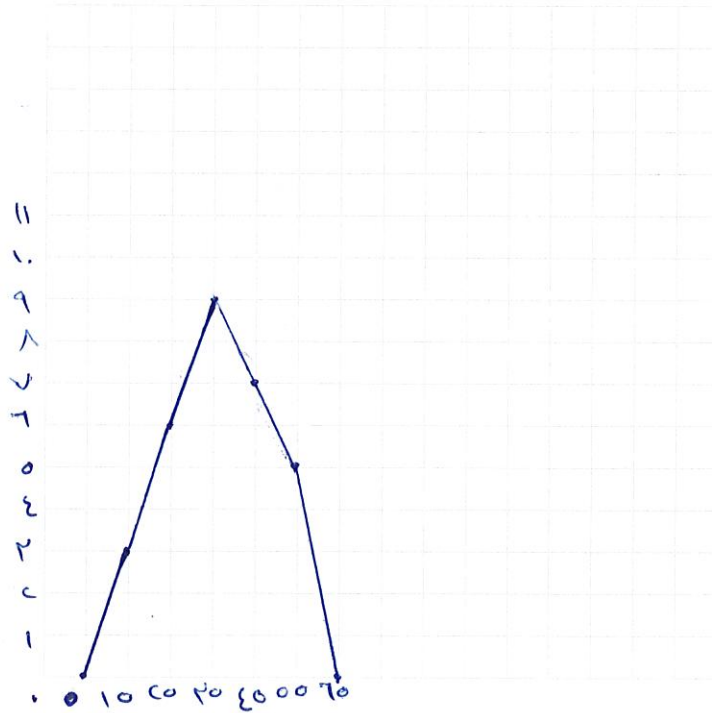
٢ يوضح الجدول التالي درجات الحرارة المسجلة لبعض دول العالم خلال أحد الأشهر.

الفئات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠
التكرار	٣	٦	٩	٧	٥
مراكز الفئات	١٥	٢٥	٣٥	٤٥	٥٥

أ أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

ب مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري .

تكرار



مراكز الفئات



٣ يوضّح الجدول التالي أوزان بعض متعلّمي الصفّ التاسع .



الفئات	- ٤٥	- ٥٥	- ٦٥	- ٧٥	- ٨٥	- ٩٥
التكرار	٦	٧	٢١	٢٧	١١	٣
مراكز الفئات	٥٠	٦٠	٧٠	٨٠	٩٠	١٠٠

١ تأمّل الجدول السابق ثمّ أجِب عما يلي :

- ما طول الفئة ؟ ..... ١٠

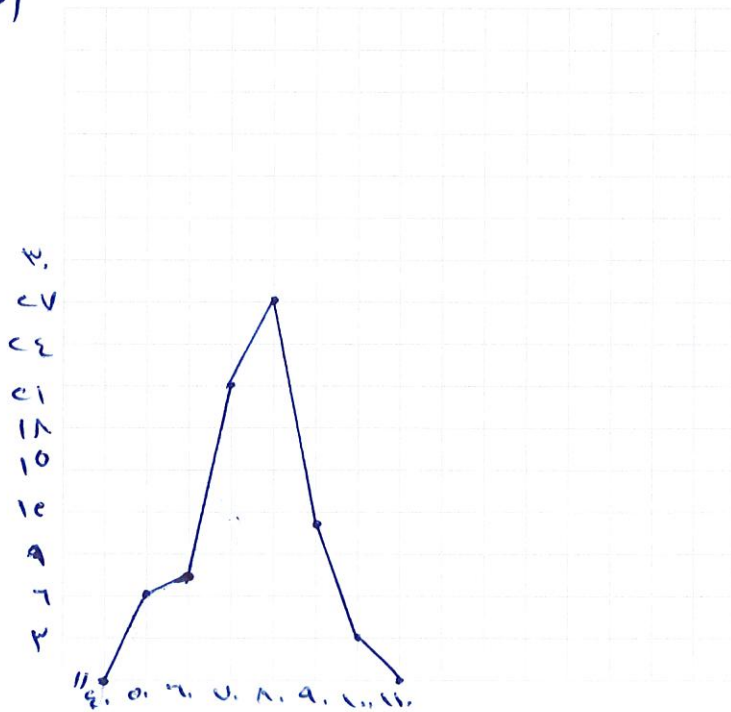
- كم عدد المتعلّمين الذين يبلغ وزنهم ٦٥ كيلوجرامًا فأكثر ؟

.....  $٢١ + ٢٧ + ٢١ + ٦ = ٩٥$

ب أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

ج مثلّ البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري .

التكرار



مركز الفئات



٤ يوضح الجدول التالي أعمار بعض زوّار مركز الشيخ جابر الأحمد الثقافي في أحد الأيام .

الفئات	- ٦	- ١٢	- ١٨	- ٢٤	- ٣٠	- ٣٦	- ٤٢
التكرار	٥٠	٨٥	٦٠	٧٢	٤٥	٣٨	٢٠
مراكز الفئات	٩	١٥	٢١	٢٧	٣٣	٣٩	٤٥

أ) تامل الجدول السابق ثم أجب عما يلي :

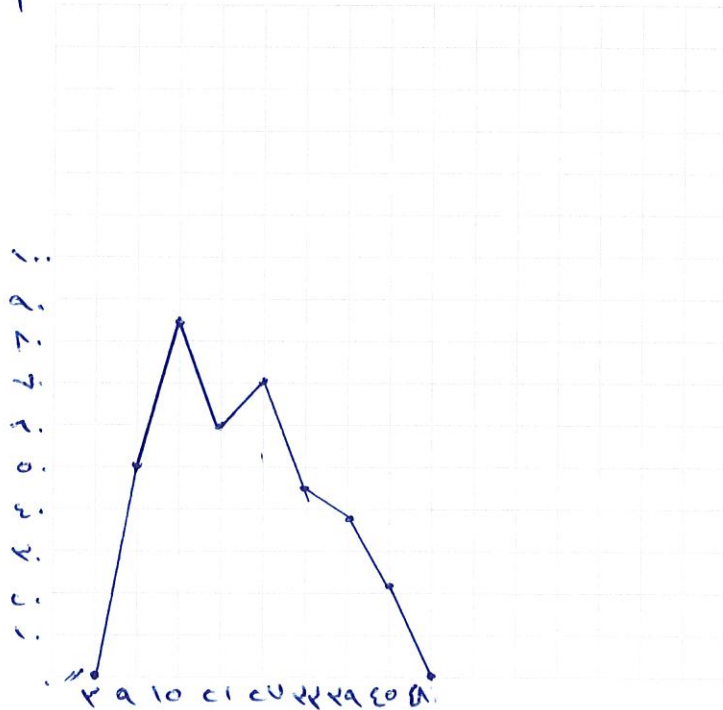
- ما طول الفئة ١٢ - ؟ ..... ٦

- ما الحد الأعلى للفئة الأخيرة ؟ ..... ٤٨

ب) أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

ج) مثل البيانات في الجدول السابق بمضلع تكراري .

التكرار



مركز الفئات

## مخطّط الصندوق ذي العارضتين Box – and – Whisker Plots

٣-٥

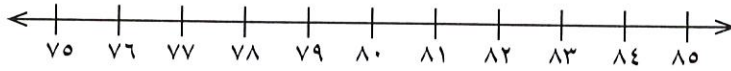
سوف تتعلّم : تحليل وتمثيل انتشار وتوزيع البيانات مستخدماً مخطّط الصندوق ذي العارضتين .

نشاط :

لديك البيانات التالية : ٨٤ ، ٧٥ ، ٨٠ ، ٧٦ ، ٨٥ ، ٧٧ ، ٨٢ ، ٧٦ ، ٧٥

- ١ رتبّ البيانات تصاعدياً ..... ٨٥ ، ٧٥ ، ٧٦ ، ٧٦ ، ٧٧ ، ٨٠ ، ٨٢ ، ٨٤ ، ٨٥
- ٢ أوجد المدى .....  $٨٥ - ٧٥ = ١٠$
- ٣ أوجد الوسيط ..... ٨٠
- ٤ أوجد الوسيط للقيم الثلاث الصغرى ..... ٧٦
- ٥ أوجد الوسيط للقيم الثلاث الكبرى ..... ٨٤
- ٦ مثلّ على خطّ الأعداد كلاً ممّا يلي :

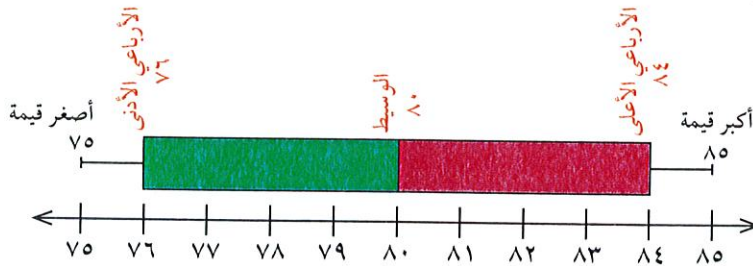
أكبر قيمة ، أصغر قيمة ، الوسيط ، الوسيط للقيم الثلاث الصغرى ، الوسيط للقيم الثلاث الكبرى .



مخطّط الصندوق ذي العارضتين هو طريقة بصرية لتوضيح قيم الوسيط لمجموعة من البيانات .

- الأرباعيات هي ثلاثة أعداد تقسم مجموعة البيانات إلى أربعة أرباع .
- الأربعاعي الأوسط هو الوسيط .
- الأربعاعي الأدنى هو الوسيط للنصف الأدنى من مجموعة البيانات .
- الأربعاعي الأعلى هو الوسيط للنصف الأعلى من مجموعة البيانات .

يمكن تمثيل البيانات السابقة بمخطّط الصندوق ذي العارضتين كما في الشكل .



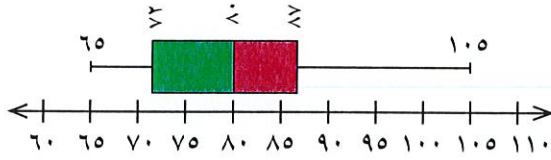


تدرّب (١) :

يبين مخطّط الصندوق ذي العارضتين عدد النقاط التي حصل عليها أحد متعلّمي الصفّ التاسع في إحدى المسابقات .

أكمل كلاً ممّا يلي :

عدد النقاط التي حصل عليها المتعلّم



- أ) أصغر قيمة من البيانات هي ٦٥  
وأكبر قيمة من البيانات هي ١٠٥
- ب) الأرباعي الأوسط ( الوسيط ) هو ٨٠
- ج) الأرباعي الأدنى هو ٧٥
- د) الأرباعي الأعلى هو ٨٥

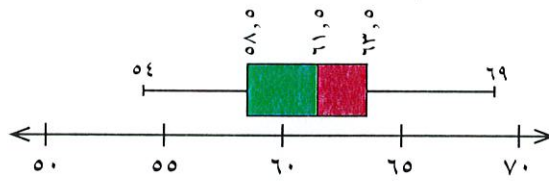
تدرّب (٢) :



يبين مخطّط الصندوق ذي العارضتين أوزان بعض متعلّمي الصفّ التاسع بالكيلوجرامات .

أكمل كلاً ممّا يلي :

أوزان المتعلّمين



- أ) القيمة الصغرى للبيانات هي ٥٤ والقيمة الكبرى للبيانات هي ٦٩
- ب) الأرباعي الأوسط ( الوسيط ) هو ٦٢
- ج) الأرباعي الأدنى هو ٦٠
- د) الأرباعي الأعلى هو ٦٤



### مثال :

يتغيّر سعر الإعلان في الصحف الكبرى وفقاً ليوم الإعلان وعدد أسطره ومساحته ، إليك بعض هذه الأسعار بالدينار :

١٦ ، ٢٧ ، ١٤ ، ١٠ ، ٩ ، ٢٥ ، ٨ ، ١٢ ، ٧ ، ٦ ، ١٥ ، ٣ ، ٤ ، ٥

اصنع مخطّطاً لصندوق ذي عارضتين لهذه الأسعار ، بيّن في أيّ قيم يقع النصف الأوسط للأسعار ؟

### الحل :

(١) رتّب القيم تصاعديّاً :

٢٧ ، ٢٥ ، ١٦ ، ١٥ ، ١٤ ، ١٢ ، ١٠ ، ٩ ، ٨ ، ٧ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٣

(٢) المدى =  $3 - 27 = 24$

(٣) الوسيط =  $\frac{10 + 9}{2} = 9,5$  دينار

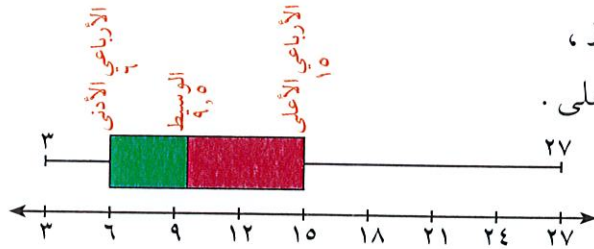
(٤) نحدّد النصف الأدنى للبيانات : ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

الأربعاء الأدنى = ٦

(٥) نحدّد النصف الأعلى للبيانات : ١٠ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٦ ، ٢٥ ، ٢٧

الأربعاء الأعلى = ١٥

أسعار الإعلانات



(٦) أرسم خطّاً يوضّح المدى ، ثمّ

عيّن عليه موقع كلاً من : الوسيط ،

الأربعاء الأدنى ، الأربعاء الأعلى .

(٧) أرسم صندوقاً يبيّن

الأربعاءات ثمّ أكتب عنواناً .

لاحظ أنّ :

يقع النصف الأوسط للأسعار بين ٦ ، ١٥

تدرّب (٣) :

في مسابقة مادّة الرياضيات ، حصل أعضاء فريق إحدى المدارس المحليّة على الدرجات التالية (مرتبة ترتيباً تصاعديّاً) : ٩٠ ، ٩٣ ، ٩٤ ، ٩٥ ، ٩٦ ، ٩٩ ، ١٠٠ . أوجد كلاً ممّا يلي :

١ القيمة الصغرى للبيانات هي ..... ٩ ..... والقيمة الكبرى للبيانات هي .....



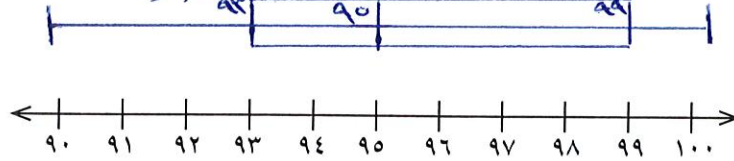


ب) الأرباعي الأوسط ( الوسيط ) هو ٩٥

ج) الأرباعي الأدنى هو ٩٣

د) الأرباعي الأعلى هو ٩٩

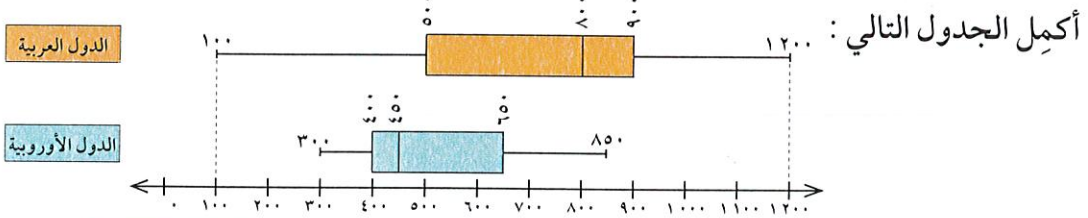
هـ) أرسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لهذه المجموعة من البيانات .



#### تدرّب (٤) :

في الشكل التالي يمثل مخطط الصندوق ذي العارضتين ( العلوي ) بيانات معدّل مصروف المنزل الشهري على الطعام بالدولار الأميركي في ١٢ دولة عربية ، ويمثل مخطط الصندوق ذي العارضتين ( السفلي ) بيانات معدّل مصروف المنزل الشهري على الطعام بالدولار الأميركي في ١٢ دولة أوروبية .

معدّلات المصروف الشهري



الدول الأوروبية	الدول العربية	المدى
٥٥٠ - ٢٠٠ - ٨٥٠	١١٠٠ - ١٠٠ - ١٤٠٠	
٤٥٠	٨٠٠	الوسيط
٤٠٠	٥٠٠	الأرباعي الأدنى
٦٥٠	٩٠٠	الأرباعي الأعلى
الأدنى	الأعلى	الوسيط أقرب إلى الأرباعي
الأعلى	الأدنى	الوسيط أبعد عن الأرباعي

نلاحظ أنّ :

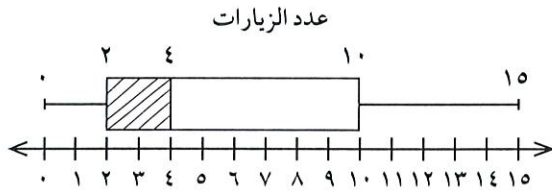
- ١) الدول العربية تنفق أكثر على الطعام من الدول الأوروبية .
- ٢) التفاوت في الإنفاق على الطعام في الدول العربية أكبر من التفاوت في الإنفاق على الطعام في الدول الأوروبية .

## فكر وناقش

كيف تؤثر القيمة المتطرفة على طول العارضتين في مخطط الصندوق ذي العارضتين؟

### تمرّن :

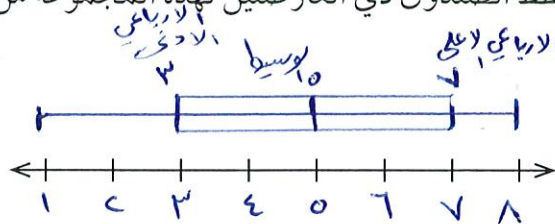
- ١ سُئِلَ عدد من المتعلّمين في أحد فصول الصفّ التاسع عن عدد مرّات زيارتهم لمحلات بيع الملابس الرياضية خلال فترة ما ، والنتائج موضّحة في مخطّط الصندوق ذي العارضتين في الشكل المقابل .  
أوجد كلّاً ممّا يلي :



- أ مدى البيانات  $10 - 2 = 8$   
ب الوسيط  $10$   
ج الأرباعي الأدنى  $4$   
د الأرباعي الأعلى  $15$

- ٢ في مجموعة البيانات التالية : ٤ ، ٨ ، ٥ ، ٣ ، ١ ، ٧ ، ٦  
أ أوجد كلّاً ممّا يلي : **بيانات مرتبة** ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨

- ( ١ ) القيمة الصغرى للبيانات هي  $1$  .....  
( ٢ ) القيمة الكبرى للبيانات هي  $8$  .....  
( ٣ ) المدى هو  $8 - 1 = 7$  .....  
( ٤ ) الوسيط هو  $5$  .....  
( ٥ ) الأرباعي الأدنى هو  $3$  .....  
( ٦ ) الأرباعي الأعلى هو  $7$  .....  
ب أرسّم مخطّط الصندوق ذي العارضتين لهذه المجموعة من البيانات .





٣ تصفحت حصة كتباً دعائياً لأحد متاجر الملابس . سجّلت أسعار الفساتين فيه

( بالدينار ) كالتالي : ٢٥ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٣ ، ٢٢ ، ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٠ .

أرسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لمجموعة البيانات السابقة .

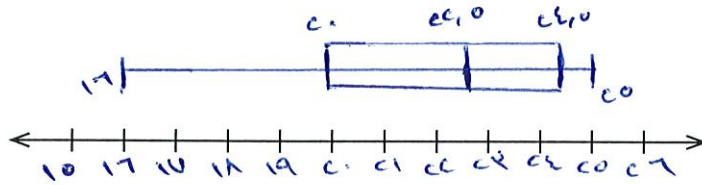
البيانات مرتبة ١٦ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٥ ، ٢٥

المدى =  $25 - 16 = 9$

الوسيط =  $\frac{23 + 24}{2} = \frac{47}{2} = 23.5$

الارباعي الأدنى =  $\frac{20 + 22}{2} = 21$

الارباعي الأعلى =  $\frac{24 + 25}{2} = 24.5$



٤ ارسم مخطط الصندوق ذي العارضتين لمجموعة البيانات التالية :

٩٠٠ ، ٧٠٠ ، ٧٧٥ ، ٦٢٤ ، ٦٨٨ ، ٧٦٠ ، ٧٢٠ ، ٧٢٠ ، ٧٨٩ ، ٦٤٤ ، ٦٠٠ .

البيانات مرتبة ٦٠٠ ، ٦٤٤ ، ٦٤٤ ، ٦٨٨ ، ٧٢٠ ، ٧٢٠ ، ٧٦٠ ، ٧٦٠ ، ٧٨٩ ، ٧٧٥ ، ٩٠٠

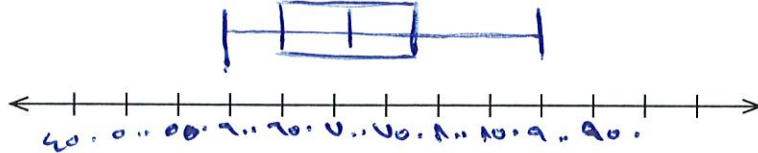
المدى =  $900 - 600 = 300$

الوسيط =  $\frac{720 + 720}{2} = 720$

الارباعي الأدنى = ٦٤٤

الارباعي الأعلى = ٧٧٥

الارباعي الأدنى ٦٤٤ ، الوسيط ٧٢٠ ، الارباعي الأعلى ٧٧٥



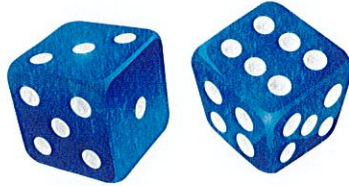


## الترجيح والعدالة – الاحتمال Odds and Fairness – Probability

٤-٥



سوف تتعلم : إيجاد ترجيح وقوع حدث ما ، واحتمال وقوع حدث ما .



نشاط : 

يلعب جمال وعماد لعبة من ألعاب الفرص وهي رمي مكعبين منتظمين مرقمين من ١ إلى ٦ وملاحظة حاصل ضرب العددين الظاهرين .

يربح جمال نقطة إذا كان حاصل ضرب العددين الظاهرين عددًا فرديًا ، ويربح عماد نقطة إذا كان حاصل ضرب العددين الظاهرين عددًا زوجيًا .  
بتكرار اللعبة ١٠ مرات لكل لاعب ، الفائز هو اللاعب الذي يحصل على أكبر عدد من النقاط .

١ حدد أيهما لديه فرصة أكبر للفوز؟ اشرح ذلك .

٢ هل هذه اللعبة عادلة؟ فسّر إجابتك .

مثال (١) :

اكتب النواتج الممكنة في كل من التجارب العشوائية التالية :

أ رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة .

الحل :

النواتج الممكنة هي : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ .

ب رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة .

الحل :

النواتج الممكنة هي : صورة ، كتابة .

العبارات والمفردات :

تجربة	Experiment
تجربة عشوائية	Random Experiment
حدث	Event
ترجيح	Odds
ألعاب عادلة	Fair Games
الاحتمال	Probability

معلومات مفيدة :

يحتاج مربو الطيور إلى أن يعرفوا ترجيحات ظهور صفات وراثية معينة لدى صغار الطيور .





يمكننا استخدام كلمة **ترجيح** لوصف فرصة وقوع حدث ما .

**ترجيح حدث ما** هو نسبة عدد نواتج وقوع الحدث إلى عدد نواتج عدم وقوعه .

$$\text{ترجيح حدث ما} = \frac{\text{عدد نواتج وقوع الحدث}}{\text{عدد نواتج عدم وقوع الحدث}}$$

**مثال (٢) :**

أوجد ترجيح ظهور العدد ٢ عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة .

**الحل :**

$$\text{عدد نواتج (ظهور العدد ٢)} = ١$$

$$\text{عدد نواتج (عدم ظهور العدد ٢)} = ٥$$

$$\text{ترجيح (ظهور العدد ٢)} = \frac{\text{عدد نواتج (ظهور العدد ٢)}}{\text{عدد نواتج (عدم ظهور العدد ٢)}} = \frac{١}{٥} \text{ أو } ١ : ٥$$

**تدرّب (١) :**

أوجد ترجيح سحب قرص أزرق من حقيبة تحتوي على قرصين أزرقين اللون و ٥ أقراص حمراء اللون و ٤ أقراص بيضاء اللون .

$$\text{عدد نواتج (سحب قرص أزرق)} = \underline{٢}$$

$$\text{عدد نواتج (عدم سحب قرص أزرق)} = \underline{٩}$$

$$\text{ترجيح (سحب قرص أزرق)} = \frac{\underline{٢}}{\underline{٩}}$$

$$\underline{٢} : \underline{٩} =$$

### تدرّب (٢) :

أوجد ترجيح كل حدث مما يلي :

ب) ظهور العدد (٢ أو ٥) عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة .

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{أو} \quad \frac{5}{6}$$

أ) ظهور صورة عند رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة .

$$\frac{1}{2}$$

اللعبة التي يكون فيها عدد نواتج وقوع الحدث مساوياً لعدد نواتج عدم وقوعه تسمى **لعبة عادلة** أي أن اللعبة التي يكون ترجيح الفوز فيها متساوياً لجميع اللاعبين (تكافؤ الفرص) تسمى **لعبة عادلة** .

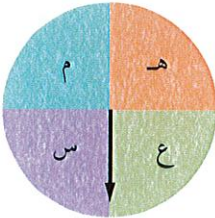
### مثال (٣) :

- يلعب كل من عبد الله وخالد وعيسى لعبة المكعبات المرقمة من ١ إلى ٦ .  
 يحصل عبد الله على نقطة إذا ظهر على المكعب العدد ١ .  
 يحصل خالد على نقطة إذا ظهر على المكعب عدد زوجي .  
 يحصل عيسى على نقطة إذا ظهر على المكعب العدد (٣ أو ٥) .  
 أوجد ترجيح الفوز لكل لاعب ، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم غير عادلة .

### الحل :

ترجيح فوز عبد الله =  $\frac{1}{6}$  ، ترجيح فوز خالد =  $\frac{3}{6}$  ، ترجيح فوز عيسى =  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  .  
 ∴ اختلف ترجيح الفوز من لاعب لآخر ، لذلك تكون اللعبة غير عادلة .

### تدرّب (٣) :



تبادل كل من عائشة وهناء ومنيرة وسارة تدوير المؤشر في الشكل المقابل ، على أن تحصل كل لاعبة على نقطة إذا توقف المؤشر عند الحرف الأول من اسمها ، أوجد ترجيح الفوز لكل لاعبة ، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم غير عادلة .

$$\text{عائشة: } \frac{1}{4} = 1:4 \quad \text{اللعبة عادلة}$$

$$\text{هناء: } \frac{1}{4} = 1:4$$

$$\text{سارة: } \frac{1}{4} = 1:4$$

$$\text{منيرة: } \frac{1}{4} = 1:4$$



## تَدْرَب (٤) :

في كل لعبة ، حدّد ترجيح فوز كل لاعب ، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم غير عادلة .

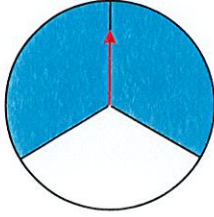
أ ترمي نوف وحنان قطعة نقود معدنية . تفوز نوف بنقطة إذا ظهرت صورة ، وتفوز حنان بنقطة إذا ظهرت كتابة .

$$\text{ترجيح فوز نوف} = \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{ترجيح فوز حنان} = \frac{1}{2} = 1$$

∴ اللعبة عادلة .

ب في الدوّارة المقابلة يدير سالم ونايف المؤشر الدوار . يفوز سالم بنقطة إذا توقف المؤشر في المنطقة الزرقاء ، ويفوز نايف بنقطة إذا توقف المؤشر في المنطقة البيضاء .



$$\text{ترجيح فوز سالم} = \frac{2}{3} = 2$$

$$\text{ترجيح فوز نايف} = \frac{1}{3} = 1$$

∴ اللعبة غير عادلة .

ج عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ . إذا ظهر عدد زوجي تفوز منى بنقطة ، وإذا ظهر عدد أولي تفوز أمل بنقطة ، وإذا ظهر عدد يقبل القسمة على ٣ تفوز إيمان بنقطة .

$$\text{ترجيح فوز منى} = \frac{3}{6} = 1$$

$$\text{ترجيح فوز أمل} = \frac{3}{6} = 1$$

$$\text{ترجيح فوز إيمان} = \frac{2}{6} = 1$$

∴ اللعبة غير عادلة .



احتمال وقوع حدث (٢) :

$$P = \frac{\text{عدد نواتج الحدث (٢)}}{\text{عدد كل النواتج الممكنة}}$$

تدرّب (٥) :

يحتوي صندوق على ٧ أقلام صفراء، ٣ أقلام خضراء، ٤ أقلام زرقاء. إذا تم اختيار قلم واحد عشوائيًا، فأوجد كلاً مما يلي :

- أ) ل (أزرق)  $\frac{4}{14}$
- ب) ل (أصفر)  $\frac{3}{14}$
- ج) ل (ليس أخضر)  $\frac{3}{14}$
- د) ل (أحمر)  $\frac{7}{14}$

تدرّب (٦) :

في تجربة إلقاء مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة، أكمل ما يلي :

- أ) عدد النواتج الممكنة = ٦
- ب) عدد نواتج الحدث ٢ (ظهور عدد فردي) =  $\frac{3}{6}$
- ج) عدد نواتج الحدث ب (ظهور عامل من عوامل العدد ٦) =  $\frac{2}{6}$
- د) ل (٢) =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- هـ) ل (ب) =  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
- و) ترجيح الحدث ٢ =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- ز) ترجيح الحدث ب =  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$





### مثال ( ٤ ) :

إذا كان ترجيح حدث ما هو ٣ : ١٠ ، أوجد احتمال وقوع هذا الحدث .

### الحل :

∴ ترجيح الحدث هو ٣ : ١٠

∴ عدد نواتج وقوع الحدث = ٣

عدد نواتج عدم وقوع الحدث = ١٠

∴ عدد النواتج الممكنة = ٣ + ١٠ = ١٣

∴ احتمال وقوع هذا الحدث =  $\frac{3}{13}$

### تدرّب (٧) :

إذا كان ترجيح حدث ما هو ٧ : ١ ، فما هو احتمال وقوع هذا الحدث ؟

ترجيح الحدث هو ٧ : ١

عدد نواتج وقوع الحدث = ٧

عدد نواتج عدم وقوع الحدث = ١

عدد النواتج الممكنة = ٧ + ١ = ٨

احتمال وقوع الحدث =  $\frac{7}{8}$

### تدرّب (٨) :

إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو  $\frac{3}{5}$  ، فما هو ترجيح هذا الحدث ؟

عدد نواتج وقوع الحدث = ٣  
عدد نواتج عدم وقوع الحدث = ٢

عدد النواتج الممكنة = ٥

ترجيح هذا الحدث = ٣ : ٥

### فكر وناقش

إذا كان احتمال وقوع حدث ما يساوي  $\frac{1}{4}$  . فما ترجيح هذا الحدث ؟



## تمرّن :

١ أوجد ترجيح كل حدث مما يلي :

- أ ( ظهور كتابة ) عند رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة  $\frac{1}{2}$  =
- ب الحصول على ( عدد أكبر من أو يساوي ٢ ) عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة  $\frac{5}{6}$
- ج ( سحب كرة خضراء ) من حقيبة تحتوي على ٤ كرات خضراء و ٣ كرات حمراء  $\frac{4}{7}$

٢ أوجد ترجيح الفوز في كل حالة ، ثم اذكر ما إذا كانت اللعبة عادلة أم لا :

- أ عند رمي قطعة نقود معدنية ، يحصل سالم على نقطة إذا ظهرت صورة ويحصل سعود على نقطة إذا ظهرت كتابة .  
ترجيح فوز سالم  $\frac{1}{2}$  =  
ترجيح فوز سعود  $\frac{1}{2}$  =  
اللعبة عادلة

- ب عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ ، تحصل حصة على نقطة إذا ظهر العدد ١ وتحصل عبير على نقطة إذا ظهر العدد ( ٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥ ) وتحصل هدى على نقطة إذا ظهر العدد ٦ .  
ترجيح فوز حصة  $\frac{1}{6}$   
ترجيح فوز عبير  $\frac{4}{6}$  =  
ترجيح فوز هدى  $\frac{1}{6}$   
اللعبة غير عادلة

٣ أوجد احتمال وقوع كل حدث مما يلي :

- أ ( ظهور كتابة ) عند رمي قطعة نقود معدنية مرة واحدة  $\frac{1}{2}$
- ب الحصول على ( عدد أكبر من أو يساوي ٢ ) عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة  $\frac{5}{6}$
- ج ( سحب كرة خضراء ) من حقيبة تحتوي على ٤ كرات خضراء و ٣ كرات حمراء  $\frac{4}{7}$



٤ أوجد احتمال ( سحب كرة سوداء ) من حقيبة تحتوي على مجموعة كرات في كلِّ من الحالات التالية :

- أ) ٢ صفراء ، ٤ سوداء ، ١ حمراء  $\frac{4}{7}$
- ب) ٥ سوداء  $1 = \frac{5}{5}$
- ج) ٢ خضراء  $\frac{1}{2}$

٥ يمارس ٢٥ متعلماً في الصف التاسع رياضات مختلفة ، منهم ١٠ يمارسون رياضة كرة السلة فقط ، ٨ يمارسون رياضة كرة القدم فقط والباقي يمارسون رياضة الجري فقط . اختبر متعلم عشوائياً . ما احتمال أن يكون هذا المتعلم :

- أ) ممارساً كرة السلة :  $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$
- ب) لا يمارس رياضة الجري :  $\frac{18}{25}$
- ج) ممارساً كرة القدم أو رياضة الجري :  $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

٦ أوجد احتمال وقوع الأحداث التي ترجيحها كما يلي :

- أ) ١ : ١  $\frac{1}{2}$
- ب) ٢ : ٣  $\frac{2}{5}$
- ج) ٧ : ١  $\frac{1}{8}$
- د) ٩ : ١١  $\frac{11}{20}$
- هـ) ٤٤ : ٥٥  $\frac{55}{99}$

٧ إذا كان احتمال وقوع حدثاً ما هو  $\frac{5}{9}$  . فما هو ترجيح هذا الحدث ؟

- $\frac{4}{9} = \frac{5}{9}$



## مراجعة الوحدة الخامسة Revision Unit Five

٥-٥

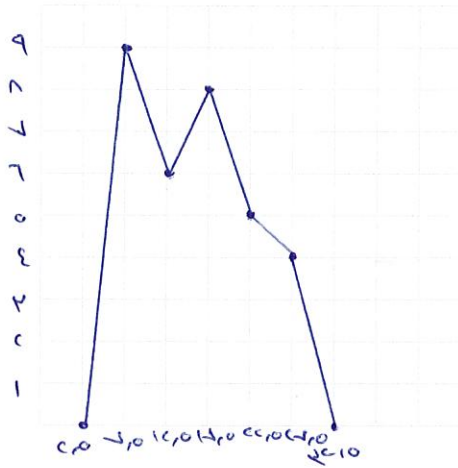
أولاً : التمارين المقالية

١ من الجدول التكراري التالي :

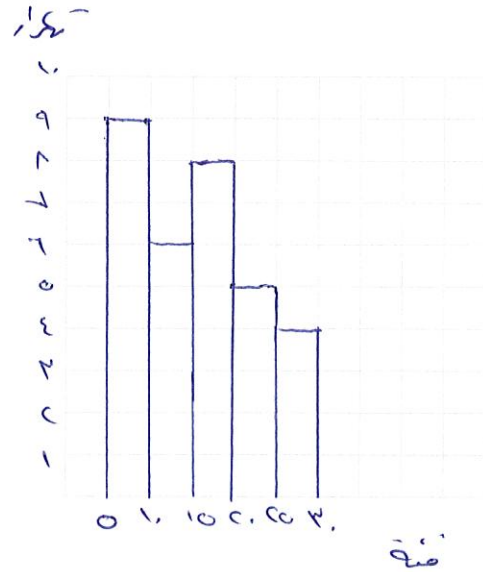
الفئات	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥
التكرار	٩	٦	٨	٥	٤
مراكز الفئات	٩,٥	١٤,٥	١٩,٥	٢٤,٥	٢٩,٥

١ أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

ب مثل البيانات السابقة بمضلع تكراري .



ب مثل البيانات السابقة بمدرج تكراري .



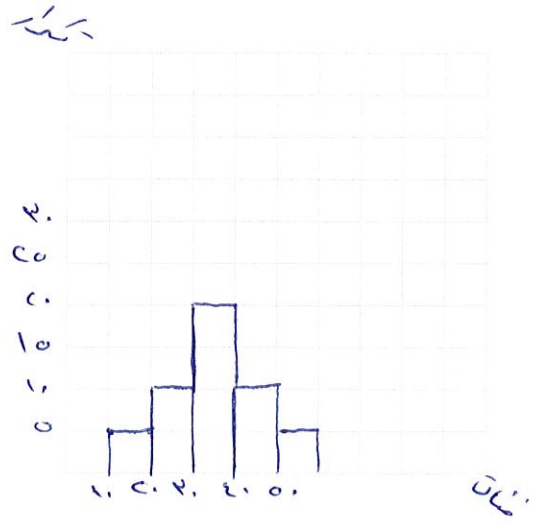
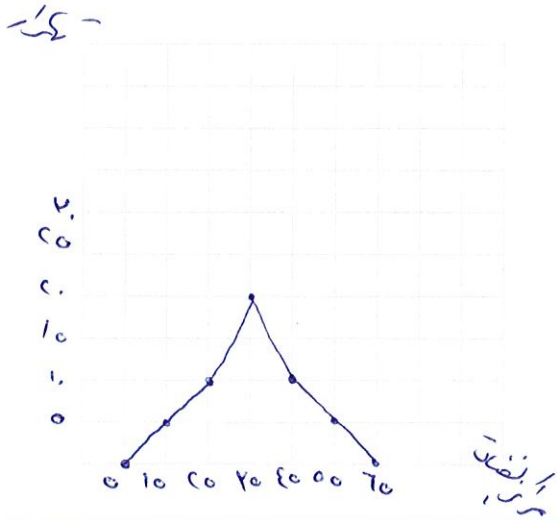


٢ من الجدول التكراري التالي :

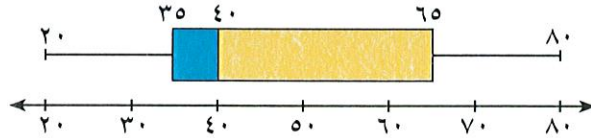
-٥٠	-٤٠	-٣٠	-٢٠	-١٠	الفئات
٥	١٠	٢٠	١٠	٥	التكرار
٥٥	٤٥	٣٥	٢٥	١٥	مراكز الفئات

أ) أكمل الجدول السابق بإيجاد مراكز الفئات .

ب) مثل البيانات السابقة بالمدراج التكراري . ج) مثل البيانات السابقة بالمضلع التكراري .



٣) يبين مخطط الصندوق ذي العارضتين مجموعة من البيانات ، أوجد كلاً مما يلي :



أ) المدى =  $٨٠ - ٢٠ = ٦٠$

ب) الوسيط =  $٤٠$

ج) الأرباعي الأدنى =  $٣٥$

د) الأرباعي الأعلى =  $٦٥$



٤ جاءت أوزان عدد من متعلمي الصف التاسع بالكيلوجرام كما يلي :

٦٩ ، ٦٣ ، ٦٠ ، ٦٦ ، ٦٤ ، ٦٧ ، ٥٠ ، ٦١ ، ٥٩ ، ٥٧ ، ٦٥

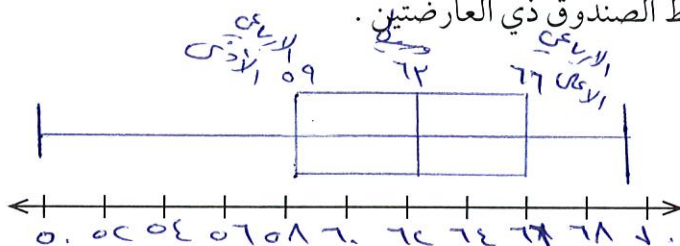
فأوجد كلاً من : **إبساناً مرتبة** ، ٥٠ ، ٥٩ ، ٦٠ ، ٦١ ، ٦٢ ، ٦٣ ، ٦٤ ، ٦٥ ، ٦٦ ، ٦٧ ، ٦٩

أ الوسط = ٦٢

ب الأرباعي الأدنى = ٥٩

ج الأرباعي الأعلى = ٦٦

د أرسم مخطط الصندوق ذي العارضتين .



٥ أوجد احتمال وقوع الأحداث التي ترجيحها كالتالي :

ب ٣ : ٤

$$\frac{3}{4}$$

أ ٥ : ١

$$\frac{1}{6}$$

٦ يحتوي كيس على ٦ كرات زرقاء و ٣ كرات خضراء و ٥ كرات حمراء

و كرة واحدة بيضاء . عدد الكرات ١٥ كرة

سحبت كرة واحدة عشوائياً . أوجد كلاً مما يلي :

أ ل ( زرقاء )  $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

ب ل ( بيضاء )  $\frac{1}{15}$

ج ل ( ليست خضراء )  $\frac{4}{15} = \frac{4}{15}$

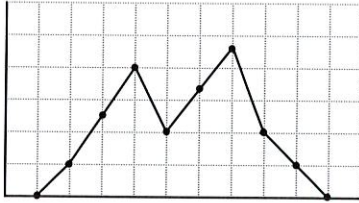
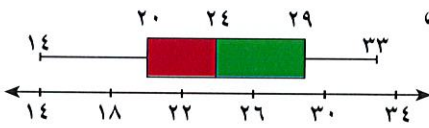
د ترجيح ( سحب كرة زرقاء )  $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

هـ ترجيح ( سحب كرة حمراء )  $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$



## ثانياً : التمارين الموضوعية

أولاً : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

(ب)		١ طول الفئة (٦ - ١٠) هو ٤
(أ)		٢ أسلوب التمثيل في الشكل المجاور هو المدرج التكراري . 
(ب)		٣ في مخطط الصندوق ذي العارضتين المقابل ، الأرباعي الأدنى لهذه البيانات هو ٢٠ 
(ب)		٤ عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ ، يفوز عيد بنقطة إذا ظهر عدد أولي ، ويفوز فهيد بنقطة إذا ظهر عدد زوجي ، فإن هذه اللعبة عادلة .

ثانياً : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

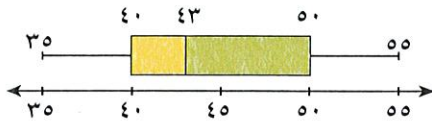
٥ مركز الفئة الثالثة هو :

الفئات	- ٢٦	- ٢٢	- ١٨	- ١٤
التكرار	١٠	١٨	١٨	٦

١٨ (أ)      ٢٠ (ب)      ٢٢ (ج)      ٢٤ (د)

٦ في البيانات الإحصائية إذا كان مركزا فئتين متتاليتين هما ١٥ ، ٢٥ على الترتيب ، فإن طول الفئة يساوي :

١٠ (أ)      ١٥ (ب)      ٢٠ (ج)      ٢٥ (د)



٧ في مخطط الصندوق ذي العارضتين المقابل ،  
المدى لهذه البيانات هو :

- أ) ٥٠      ب) ٤٣      ج) ٤٠      د) ٢٠

٨ إذا كان التوزيع لحدث ما يساوي ٢ : ٣ فإن احتمال وقوع هذا الحدث يساوي :

- أ)  $\frac{2}{5}$       ب)  $\frac{2}{3}$       ج)  $\frac{3}{2}$       د)  $\frac{3}{5}$

٩ إذا كان احتمال وقوع حدث ما  $\frac{7}{11}$  فإن توزيع هذا الحدث هو :

- أ) ٧ : ٤      ب) ١١ : ٤      ج) ٤ : ٧      د) ١٨ : ٧

١٠ توزيع ظهور العدد ( ٣ أو ٤ ) عند رمي مكعب منتظم مرقم من ١ إلى ٦ مرة واحدة هو :

- أ) ٣ : ١      ب) ٢ : ١      ج) ١ : ٢      د) ٤ : ٣